



INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE TOULOUSE
Département de Sciences et Technologies Pour l'Ingénieur

3^{ème} année - Ingénierie de la Construction

GÉOTECHNIQUE 1

Cours

GÉOTECHNIQUE 1

SOMMAIRE

Introduction **QU'EST-CE QUE LA GÉOTECHNIQUE ?**

Chapitre I **PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES SOLS**

- 1 - DÉFINITION DES SOLS – ÉLÉMENTS CONSTITUTIFS D'UN SOL
- 2 - CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES DES SOLS
- 3 - CARACTÉRISTIQUES DIMENSIONNELLES
- 4 - STRUCTURE DES SOLS
- 5 - ESSAIS D'IDENTIFICATION PROPRES AUX SOLS GRENUS
- 6 - ESSAIS D'IDENTIFICATION PROPRES AUX SOLS FINS
- 7 - AUTRES ESSAIS
- 8 - CLASSIFICATION DES SOLS

Annexe 1 : Relations entre caractéristiques physiques

Annexe 2 : Granulométrie

Annexe 3 : Eléments de classification des argiles

Annexe 4 : Autres essais (compléments)

Chapitre II **HYDRAULIQUE SOUTERRAINE**

- 1 - ÉLÉMENTS D'HYDRAULIQUE SOUTERRAINE
- 2 - ÉCOULEMENTS TRIDIMENSIONNELS – HYDRAULIQUE DES PUITES
- 3 - ÉCOULEMENTS BIDIMENSIONNELS – ÉTUDE DES RÉSEAUX D'ÉCOULEMENT
- 4 - EFFETS MÉCANIQUES DE L'EAU SUR LES SOLS – INTERACTION FLUIDE-SQUELETTE
- 5 - EFFETS DE LA CAPILLARITÉ DANS LES SOLS

Annexe 1 : Condition de continuité

Annexe 2 : Débit de pompage - Démonstration de Tcharny

Chapitre III **LA DÉFORMATION DES SOLS**

- 1 - CONTRAINTES DANS LES SOLS
- 2 - CALCUL DES CONTRAINTES DUES AUX SURCHARGES
- 3 - COMPRESSIBILITÉ DES SOLS
- 4 - CALCUL DES TASSEMENTS – MÉTHODE DES COUCHES
- 5 - THÉORIE DE LA CONSOLIDATION DE TERZAGHI ET FRÖHLICH
- 6 - DURÉE DES TASSEMENTS
- 7 - CONSOLIDATION SECONDAIRE
- 8 - DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES – TASSEMENTS ADMISSIBLES

Annexes 1 à 4 : Abaques de Steinbrenner, de Newmark, d'Österberg, de Fadum

Annexe 5 : Charge uniforme de longueur infinie – Diffusion simplifiée des contraintes

Annexe 6 : Tables de U en fonction de T_v et de T_v en fonction de U

Annexe 7 : Ordres de grandeur des tassements admissibles

Chapitre IV **LA RÉSISTANCE AU CISAILLEMENT – ÉTUDE EN LABORATOIRE**

- 1 - NOTIONS ÉLÉMENTAIRES SUR LA RUPTURE DES SOLS
- 2 - RAPPELS SUR LES CONTRAINTES - CONVENTIONS
- 3 - CRITÈRE DE MOHR-COULOMB
- 4 - MESURE AU LABORATOIRE DES CARACTÉRISTIQUES DE RUPTURE
- 5 - REMARQUES QUALITATIVES

Annexe : Ordres de grandeur de la cohésion et de l'angle de frottement interne

BIBLIOGRAPHIE

QU'EST-CE QUE LA GÉOTECHNIQUE ?

La Géotechnique est l'ensemble des activités liées aux applications de la Mécanique des Sols, de la Mécanique des Roches et de la Géologie de l'Ingénieur. La Mécanique des Sols étudie plus particulièrement le comportement des sols sous leurs aspects résistance et déformabilité.

A partir d'essais de laboratoires et in situ de plus en plus perfectionnés, la Mécanique des Sols fournit aux constructeurs les données nécessaires pour étudier les ouvrages de génie civil et de bâtiment et assurer leur stabilité en fonction des sols sur lesquels ils doivent être fondés, ou avec lesquels ils seront construits (barrages en remblais); ceci tant durant la progression des travaux (grands terrassements) qu'après mise en service des ouvrages.

LES DOMAINES D'APPLICATION

La Mécanique des Sols joue un rôle essentiel dans l'acte de construire pour tous les travaux de bâtiment et de génie civil en relation avec les sols ou les mettant en œuvre.

Les sols peuvent

- supporter les ouvrages : fondations superficielles, fondations profondes , ...
- être supportés : murs de soutènement, rideaux de palplanches, ...
- constituer l'ouvrage lui-même : remblais, digues, barrages, ...

On peut citer par exemple :

- les fondations des bâtiments, des ouvrages d'art, des ensembles industriels ...
- les ouvrages de soutènement (murs, rideaux de palplanches, ...),
- les tunnels et travaux souterrains dans les sols,
- les barrages et digues en terre,
- la stabilité des pentes naturelles et des talus et les travaux de stabilisation,
- les ouvrages portuaires et maritimes (fondations de quais, comportement des brise-lames, ...),
- les terrassements des routes, autoroutes, voies ferrées,
- l'amélioration et le renforcement des sols,
- la protection de l'environnement.

Avril 2006

PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES SOLS

1 - DÉFINITION DES SOLS - ÉLÉMENTS CONSTITUTIFS D'UN SOL

1 - 1 - DÉFINITION DES SOLS

Dans les études géotechniques les matériaux existant à la surface de l'écorce terrestre sont classés en deux grandes catégories :

- les roches : agglomérats de grains minéraux liés par des forces de cohésion fortes et permanentes, même après immersion prolongée dans l'eau → Mécanique des roches.
- les sols : agrégats de grains minéraux pouvant être séparés sous l'effet d'actions mécaniques relativement faibles → Mécanique des sols.

Les matériaux de transition entre sols et roches sont nommés SIRT (sols indurés et roches tendres).

On notera que le géologue appelle sols tous les matériaux se trouvant à la surface de l'écorce terrestre.

Les sols sont des matériaux meubles, poreux, hétérogènes et souvent anisotropes. Les matériaux, minéraux ou organiques, sont généralement à l'état de grains ou de particules dont les formes et les dimensions sont essentiellement variables.

1 - 2 - ÉLÉMENTS CONSTITUTIFS D'UN SOL

Un sol est un mélange d'éléments solides constituant le squelette solide, d'eau pouvant circuler ou non entre les particules et d'air ou de gaz. Il est donc, en général, constitué de trois phases :

$$\text{sol} = \text{phase solide} + \text{phase liquide} + \text{phase gazeuse}$$

Entre les grains du squelette, les vides peuvent être remplis par de l'eau, par un gaz ou les deux à la fois.

Le gaz contenu dans les vides entre les particules est généralement de l'air lorsque le sol est sec ou un mélange d'air et de vapeur d'eau lorsque le sol est humide (cas le plus fréquent) (fig. 3-a).

L'eau peut remplir plus ou moins tous les vides entre les grains et être mobile (écoulement plus ou moins rapide). Lorsque l'eau remplit tous les vides, le sol est dit saturé. Dans les régions tempérées, la plupart des sols en place, à quelques mètres de profondeur sont saturés. Lorsqu'il n'y a pas d'eau, le sol est dit sec.

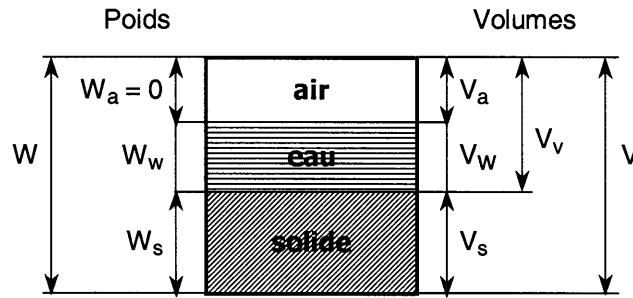
L'étude complète des sols non saturés, qui constituent un milieu à trois phases, est très complexe.

2 - CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES DES SOLS

2 - 1 - DESCRIPTION

Avant d'analyser le comportement mécanique des sols, il est nécessaire de définir certains paramètres qui se rapportent aux diverses proportions dans lesquelles se trouvent le squelette solide, l'eau et l'air constituant le sol.

Pour cela considérons la représentation suivante d'un sol dans laquelle les trois phases sont séparées (fig. 1).



Représentation conventionnelle d'un volume de sol

Poids et volumes des différentes phases

- Figure 1 -

Notations conventionnelles :

W : poids total du sol¹
 W_s : poids des particules solides
 W_w : poids de l'eau²

V : volume total (apparent)
 V_s : volume des particules solides
 V_v : volume des vides entre les particules
 V_w : volume de l'eau
 V_a : volume de l'air

avec les relations :

$$W = W_s + W_w$$

$$V_v = V_w + V_a$$

$$V = V_s + V_v = V_s + V_w + V_a$$

On définit en outre les poids volumiques qui, avec les poids et volumes, constituent les paramètres dimensionnels :

- le poids volumique des particules solides (de la matière constituant les grains solides), noté γ_s

$$\gamma_s = \frac{W_s}{V_s} \quad \text{sable et argile : } \approx 26 \text{ à } 27 \text{ kN/m}^3$$

La phase solide des sols est constituée principalement de silice et d'alumine. Les éléments simples Si et Al ayant des masses atomiques très voisines³, le poids volumique des sols évolue dans une plage très étroite. Les sols organiques et les sols métallifères font exception à ces valeurs.

- le poids volumique de l'eau, noté γ_w

$$\gamma_w = \frac{W_w}{V_w} = 9,81 \text{ kN/m}^3$$

On prend souvent $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$. Ce qui entraîne d'emblée 2% d'erreur relative.

- le poids volumique du sol (ou poids volumique apparent ou poids volumique humide), noté γ . C'est la somme des poids des particules solides et de l'eau d'un volume unité de sol.

$$\gamma = \frac{W}{V} \quad \text{sable : } \approx 17 \text{ à } 20 \text{ kN/m}^3 \quad \text{argile : } \approx 16 \text{ à } 22 \text{ kN/m}^3$$

- le poids volumique du sol sec, noté γ_d ⁴

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} \quad \text{sable : } \approx 14 \text{ à } 18 \text{ kN/m}^3 \quad \text{argile : } \approx 10 \text{ à } 20 \text{ kN/m}^3$$

¹ W pour weight

² w pour water

³ respectivement 28 et 27 g/mole

⁴ d pour dry

Si le sol est sec : $\gamma = \gamma_d$.

- le poids volumique du sol saturé, noté γ_{sat} : lorsque tous les vides sont remplis d'eau.

$$\gamma_{sat} = \frac{W}{V} = \frac{W_s + \gamma_w \cdot V_v}{V} \quad \text{sable et argile : } \approx 19 \text{ à } 22 \text{ kN/m}^3$$

- le poids volumique du sol déjaugé, noté γ'

Il est pris en compte lorsque le sol est entièrement immergé. Il tient compte de la présence de l'eau qui remplit tous les vides et de la poussée d'Archimède :

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w \quad \text{sable et argile : } \approx 9 \text{ à } 12 \text{ kN/m}^3$$

On introduit aussi la notion masse volumique, notée ρ_i et plus rarement celle de densité par rapport à l'eau, notée D_i :

$$\text{densité : } D_i = \frac{\gamma_i}{\gamma_w} \Rightarrow \text{densité sèche : } D_d = \frac{\gamma_d}{\gamma_w}$$

On observera que le vocabulaire courant utilisé dans le milieu professionnel du B.T.P. confond assez facilement poids volumique, masse volumique et densité.

Les paramètres sans dimensions, au nombre de quatre, indiquent dans quelles proportions sont les différentes phases d'un sol. Ils sont très importants et essentiellement variables.

On définit la porosité, notée n , qui permet de connaître l'importance des vides c'est à dire de savoir si le sol est dans un état lâche ou serré. Elle est définie comme étant le rapport du volume des vides au volume total.

$$n = \frac{V_v}{V} \quad \begin{array}{l} \text{sable : } n \approx 0,25 \text{ à } 0,50 \\ \text{argile : } n \approx 0,20 \text{ à } 0,80 \end{array}$$

La porosité est toujours inférieure à 1.
Elle peut aussi être exprimée en pour-cents.

Les sollicitations auxquelles sont soumis les sols produisent des variations du volume des vides V_v qui entraînent des variations du volume apparent V ; aussi préfère-t-on souvent rapporter le volume des vides non pas au volume apparent de l'échantillon mais au volume des particules solides, lequel peut être considéré comme invariant. On définit alors l'indice des vides, noté e , dont la signification est analogue à celle de la porosité. Il est défini par la relation :

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad \begin{array}{l} \text{sable : } e \approx 0,5 \text{ à } 1 \\ \text{argile : } e \approx 0,3 \text{ à } 1 \end{array}$$

L'indice des vides peut être supérieur à 1 et même atteindre la valeur 13 (cas extrême des argiles de Mexico).

La teneur en eau, notée w , est définie par le rapport du poids de l'eau au poids des particules solides d'un volume donné de sol. Elle s'exprime en pour-cent. Elle est facilement mesurable en laboratoire.

$$w = \frac{W_w}{W_s} \cdot 100 \quad \begin{array}{l} \text{sable : } w = 1 \text{ à } 15 \% \\ \text{argile : } w = 10 \text{ à } 20 \% \end{array}$$

La teneur en eau peut dépasser 100 % et même atteindre plusieurs centaines de pour-cents.

Le degré de saturation, noté S_r , indique dans quelle proportion les vides sont remplis par l'eau. Il est défini comme le rapport du volume de l'eau au volume des vides. Il s'exprime en pour-cent.

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} \cdot 100 \quad \text{Le degré de saturation peut varier de } 0 \% \text{ (sol sec) à } 100 \% \text{ (sol saturé).}$$

Parmi tous les paramètres définis précédemment, les paramètres sans dimensions sont les plus importants. Ils caractérisent l'état dans lequel se trouve le sol c'est à dire l'état de compacité du squelette ainsi que les quantités d'eau et d'air contenues dans le sol.

2 - 2 - RELATIONS ENTRE LES PARAMÈTRES

Tous les paramètres précédemment définis ne sont pas indépendants. Les relations les plus importantes existant entre ces différents paramètres sont données en annexe.

Il est très pratique d'utiliser le schéma de la représentation conventionnelle d'un sol du paragraphe précédent pour déterminer ou démontrer ces relations.

Pour caractériser complètement un sol la connaissance de trois paramètres indépendants est nécessaire; le poids volumique de l'eau étant connu. Par exemple :

- un paramètre quantifiant le poids volumique : γ ou γ_s ou γ_d ,
- un paramètre quantifiant l'importance des vides : e ou n ,
- un paramètre quantifiant la présence d'eau : w ou S_r .

Nous avons vu que le poids volumique des particules solides (en dehors des particules organiques et métalliques) varie entre des limites assez proches ($26 \text{ kN/m}^3 < \gamma_s < 27 \text{ kN/m}^3$). On peut donc le considérer pratiquement comme constant (on prend en général $\gamma_s = 26,5 \text{ kN/m}^3$). Dans ce cas les paramètres variables et indépendants d'un sol se réduisent à deux.

2 - 3 - DÉTERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES

Lorsqu'on se trouve en présence d'un sol, il faut tout d'abord déterminer les valeurs de trois paramètres indépendants. Compte tenu de la dispersion inévitable, il convient réaliser un nombre important de mesures dont on prend la valeur moyenne. Ces mesures se font généralement en laboratoire.

2 - 3 - 1 - Détermination de la teneur en eau (pondérale) w (norme NF P 94-050)

C'est la caractéristique la plus facile à déterminer.

La teneur en eau se détermine par deux pesées. Une première pesée de l'échantillon à l'état initial donne la masse m de l'échantillon humide et une deuxième pesée, après passage à l'étuve à 105°C pendant 24 heures (évaporation de l'eau libre et de l'eau capillaire), donne la masse sèche de l'échantillon m_s .

$$w = \frac{m_w}{m_s} \cdot 100 = \frac{W_w}{W_s} \cdot 100 \quad \text{avec } m_w = m - m_s$$

2 - 3 - 2 - Détermination du poids volumique γ (norme NF P 94-053)

Il faut déterminer la masse m et le volume total V de l'échantillon. Pour déterminer ce dernier on utilise l'une des trois méthodes suivantes :

• Méthode par immersion dans l'eau :

Un échantillon de forme simple, de masse comprise entre 0,1 et 0,5 kg est pesé (m) puis recouvert d'une couche de paraffine ($\rho_{\text{paraffine}} = 0,88 \text{ g/cm}^3$). Une deuxième pesée (m_p) permet de déterminer la masse de la couche de paraffine et de calculer son volume. Une troisième pesée, hydrostatique, de l'échantillon recouvert de paraffine (m'_p) permet de calculer le volume de l'échantillon recouvert de paraffine. Le volume de paraffine étant connu, on en déduit le volume V de l'échantillon :

$$V = V_{\text{sol+paraffine}} - V_{\text{paraffine}} = \frac{m_p - m'_p}{\rho_w} - \frac{m_p - m}{\rho_p}$$

L'échantillon de sol n'est pas remanié, il est à l'état naturel.

• Méthode de la trousse coupante :

On effectue un poinçonnement avec une trousse coupante dans l'échantillon. Les faces de la prise d'essai sont arasées aux extrémités. Le volume V de la prise d'essai est égal au produit de l'aire de la section d'entrée de la trousse coupante par sa hauteur.

L'échantillon de sol est légèrement remanié par le passage de la trousse coupante, il est cependant considéré à l'état naturel.

• Méthode du moule :

L'échantillon, préparé selon un processus défini, remplit le moule jusqu'à débordement. L'extrémité supérieure du moule, de dimensions connues, est arasée à la règle. C'est la méthode utilisée dans l'essai Proctor (norme NF P 94-093).

L'échantillon de sol est remanié.

2 - 3 - 3 - Détermination du poids volumique des particules solides γ_s (norme NF P 94-054)

Le problème est de mesurer le volume des grains solides, V_s , constituant l'échantillon de sol. Cette mesure est effectuée généralement au pycnomètre (fig. 2).

Une masse connue m_s de sol séché (par passage à l'étuve à 105°C jusqu'à masse constante) est introduite dans un récipient contenant de l'eau distillée. Un agitateur magnétique sépare les particules les unes des autres. Les bulles d'air libérées sont aspirées par un vide d'air (trompe à eau). Après s'être assuré qu'aucune bulle d'air n'est piégée entre les particules solides, on détermine avec un très grand soin le volume d'eau déplacée par les particules solides.

Le volume de la phase solide V_s , égal au volume d'eau déplacée par le sol, est déterminé par pesée.

m_1 : masse du pycnomètre contenant l'eau distillée et le barreau magnétique,

m_2 : masse du pycnomètre contenant le sol l'eau distillée et le barreau magnétique.

$$m_2 = m_1 + m_s - \rho_w \cdot V_s$$

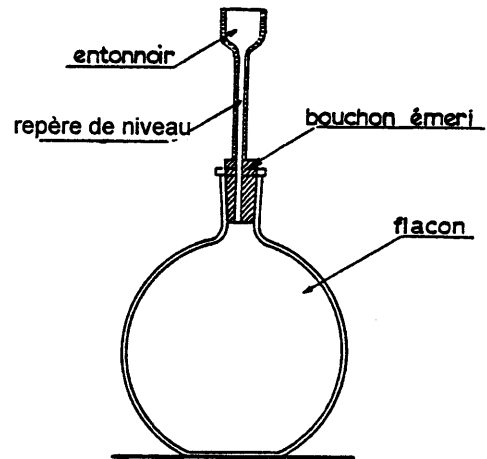
avec m_s : masse des particules solides,

ρ_w : masse volumique de l'eau distillée,

V_s : volume des particules solides.

$$V_s = \frac{m_1 + m_s - m_2}{\rho_w}$$

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} = \frac{m_s}{m_1 + m_s - m_2} \rho_w \Rightarrow \gamma_s = \rho_s \cdot g$$



Pycnomètre
- Figure 2 -

L'erreur relative sur le résultat est de l'ordre de quelques 10^{-4} .

3 - CARACTÉRISTIQUES DIMENSIONNELLES

3 - 1 - FORME

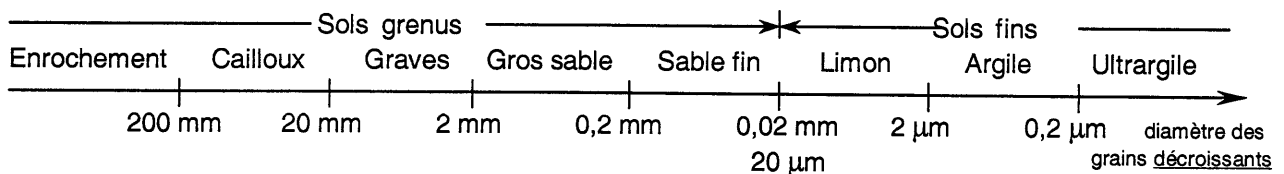
On peut distinguer trois catégories de formes :

- les particules sphériques / cubiques (arrondies / anguleuses) : cas des sols grenus (sables),
- les particules en plaquettes : cas des sols fins (argiles),
- les particules en aiguilles.

3 - 2 - DIMENSIONS

Supposons un sol dont les grains solides ont des dimensions peu différentes les unes des autres (sol dit à granulométrie uniforme).

Suivant la taille des grains on définit les catégories de sols suivantes (basées sur le nombre 2 et la progression géométrique de rapport 10) :



3 - 3 - CARACTÉRISTIQUES GRANULOMÉTRIQUES

3 - 3 - 1 - Courbe granulométrique

La façon la plus courante de représenter les résultats des essais de tamisage et de sédimentométrie⁵ consiste à tracer une courbe granulométrique. Elle représente le poids des tamisats cumulés (échelle arithmétique) en fonction du diamètre ou du diamètre équivalent, D , des particules solides (échelle logarithmique). La courbe granulométrique donne le pourcentage en poids des particules de taille inférieure ou égale à un diamètre donné (pourcentage du poids total de la matière sèche de l'échantillon étudié). Les coordonnées semi-logarithmique permettent une représentation plus précise des fines particules dont l'influence est capitale sur le comportement des sols.

La granulométrie d'un sol peut être caractérisée par un coefficient d'uniformité ou coefficient de Hazen :

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

(D_y : ouverture du tamis laissant passer y % du poids des grains).

D_{10} est appelé diamètre efficace.

Pour $C_u > 2$, la granulométrie est dite étalée, pour $C_u < 2$ la granulométrie est dite uniforme ou serrée.

Plus la granulométrie est serrée plus la pente de la partie médiane de la courbe est prononcée.

On définit aussi le coefficient de courbure :

$$C_c = \frac{(D_{30})^2}{D_{60} \cdot D_{10}}$$

Lorsque certaines conditions sur C_u et C_c sont satisfaites, le sol est dit bien gradué c'est à dire que sa granulométrie est bien étalée, sans prédominance d'une fraction particulière. Quand sa granulométrie est discontinue, avec prédominance d'une fraction particulière, il est dit mal gradué.

Les sols bien gradués constituent des dépôts naturellement denses avec une capacité portante élevée. Ils peuvent être aisément compactés en remblais et forment des pentes stables.

3 - 3 - 2 - Surface spécifique

On appelle surface spécifique la surface des grains par unité de masse. Elle dépend principalement de la taille des grains (dans une moindre mesure de la forme des grains). Elle peut varier de 0,3 m²/g pour les sables fins à plusieurs centaines de m²/g pour les argiles de type Montmorillonite⁶.

4 - STRUCTURE DES SOLS

4 - 1 - STRUCTURE DES SOLS PULVÉRULENTS (sols grenus)

$D > 20 \mu\text{m}$ (exemple : les sables).

Les grains se détachent les uns des autres sous leur poids.

Les principales forces intervenant dans l'équilibre de la structure sont les forces de pesanteur; c'est par des réactions de contact grain à grain qu'un ensemble stable peut exister. Cette stabilité sera d'autant meilleure que le nombre de contacts sera élevé (sol bien gradué).

Dans le cas de sols humides non saturés (fig. 3-a) : l'eau est retenue, sous forme de ménisques au voisinage des points de contacts entre les grains, par des forces de capillarité; elle crée entre ces derniers des forces d'attraction. Le matériau présente une cohésion capillaire (châteaux de sable). Les forces capillaires sont négligeables devant les forces de pesanteur.

⁵ Des rappels sur le tamisage et la sédimentométrie sont présentés à l'annexe 2.

⁶ La surface GC 110 mesure environ 120 m²

4 - 2 - STRUCTURE DES ARGILES (rappels)

$D < 2 \mu\text{m}$.

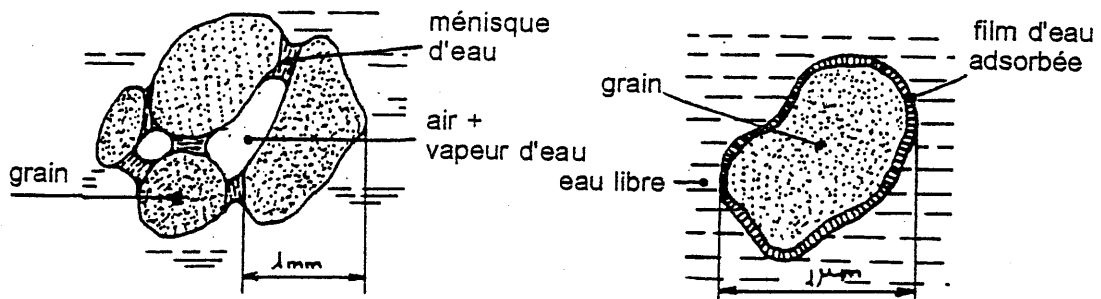
Les particules restent collées les une aux autres. Le sol présente une cohésion : il a l'apparence d'un solide et ne se désagrège pas sous l'effet de la pesanteur ou d'autres forces appliquées. Les particules sont formées par un empilement de feuillets. Elles ont une forme de plaquettes.

La surface des plaquettes étant chargée négativement, les particules sont soumises à des forces d'attraction intergranulaires diverses. : forces électriques⁷, forces de Van der Waals⁸. Ces forces sont en général faibles et diminuent rapidement lorsque la distance augmente, on admet qu'elles sont négligeables à partir d'une distance de $0,4 \mu\text{m}$. Pour qu'elles puissent avoir une influence sur le comportement du sol il est nécessaire que les grains de ce sol aient des dimensions très petites.

Il se crée autour des particules de sol une pellicule d'eau adsorbée ou eau liée d'épaisseur à peu près constante ($\approx 0,01 \mu\text{m}$) (fig. 3-b). Elle est maintenue à la surface des grains par des forces d'attraction moléculaires. Les dipôles d'eau sont orientés perpendiculairement à la surface des grains. Cette eau présente des propriétés très différentes de celles de l'eau libre :

- elle a une très forte densité : 1,5
- elle est liée à la particule (elle ne se déplace pas sous l'effet de la gravité),
- sa viscosité très élevée, qui lui confère des propriétés intermédiaires entre celles d'un liquide et celles d'un solide, est à l'origine de certains comportements des sols argileux : fluage, compression secondaire, ...
- elle ne s'évacue qu'à température élevée (vers 300°C .).

La couche d'eau adsorbée joue un rôle de lubrifiant entre les grains. Son influence est considérable sur les propriétés mécaniques du sol.



a - Sol humide et non saturé

b - Particule de sol très fin

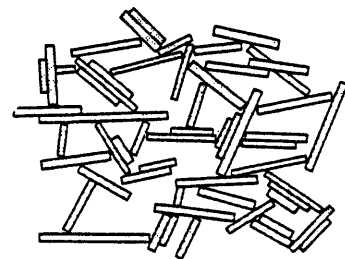
- Figure 3 -

Orientation des particules

On distingue deux types fondamentaux d'orientation :

- l'orientation floculée (bord contre face), structure en "château de cartes" (fig. 4 - a).
- l'orientation dispersée (face contre face) (fig. 4 - b).

Les particules des sédiments argileux naturels ont une orientation plus ou moins floculée suivant qu'elles se sont déposées en milieu marin ou en eau douce.



a - Orientation floculée

⁷ Des molécules électriquement neutres peuvent constituer des dipôles (les centres des charges positives et négatives sont distincts). Les forces électriques s'exercent entre les dipôles.

⁸ Forces d'attraction entre molécules dues aux champs électriques résultant du mouvement des électrons sur leurs orbites; varient inversement proportionnellement à une puissance élevée de la distance.

4 - 2 - STRUCTURE DES ARGILES (rappels)

$D < 2 \mu\text{m}$.

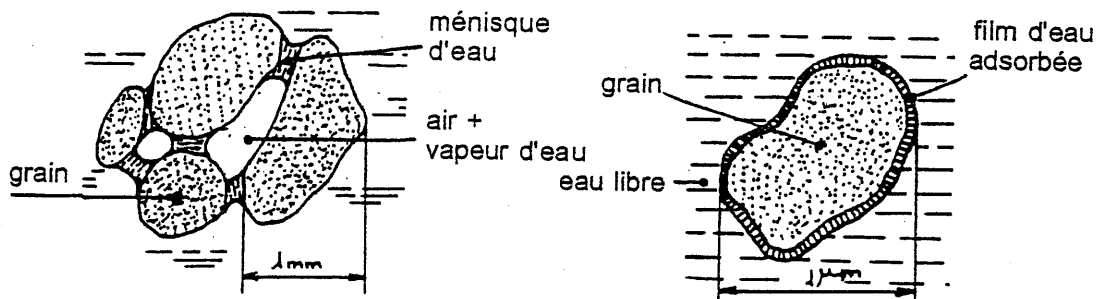
Les particules restent collées les une aux autres. Le sol présente une cohésion : il a l'apparence d'un solide et ne se désagrège pas sous l'effet de la pesanteur ou d'autres forces appliquées. Les particules sont formées par un empilement de feuillets. Elles ont une forme de plaquettes.

La surface des plaquettes étant chargée négativement, les particules sont soumises à des forces d'attraction intergranulaires diverses. : forces électriques⁷, forces de Van der Waals⁸. Ces forces sont en général faibles et diminuent rapidement lorsque la distance augmente, on admet qu'elles sont négligeables à partir d'une distance de $0,4 \mu\text{m}$. Pour qu'elles puissent avoir une influence sur le comportement du sol il est nécessaire que les grains de ce sol aient des dimensions très petites.

Il se crée autour des particules de sol une pellicule d'eau adsorbée ou eau liée d'épaisseur à peu près constante ($\approx 0,01 \mu\text{m}$) (fig. 3-b). Elle est maintenue à la surface des grains par des forces d'attraction moléculaires. Les dipôles d'eau sont orientés perpendiculairement à la surface des grains. Cette eau présente des propriétés très différentes de celles de l'eau libre :

- elle a une très forte densité : 1,5
- elle est liée à la particule (elle ne se déplace pas sous l'effet de la gravité),
- sa viscosité très élevée, qui lui confère des propriétés intermédiaires entre celles d'un liquide et celles d'un solide, est à l'origine de certains comportements des sols argileux : fluage, compression secondaire, ...
- elle ne s'évacue qu'à température élevée (vers 300°C .).

La couche d'eau adsorbée joue un rôle de lubrifiant entre les grains. Son influence est considérable sur les propriétés mécaniques du sol.



a - Sol humide et non saturé

b - Particule de sol très fin

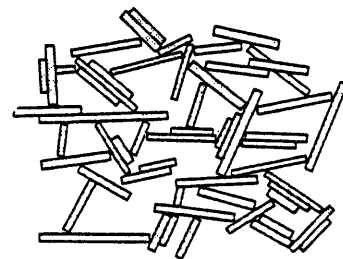
- Figure 3 -

Orientation des particules

On distingue deux types fondamentaux d'orientation :

- l'orientation floculée (bord contre face), structure en "château de cartes" (fig. 4 - a).
- l'orientation dispersée (face contre face) (fig. 4 - b).

Les particules des sédiments argileux naturels ont une orientation plus ou moins floculée suivant qu'elles se sont déposées en milieu marin ou en eau douce.



a - Orientation floculée

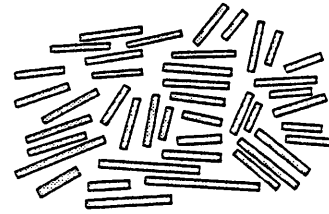
⁷ Des molécules électriquement neutres peuvent constituer des dipôles (les centres des charges positives et négatives sont distincts). Les forces électriques s'exercent entre les dipôles.

⁸ Forces d'attraction entre molécules dues aux champs électriques résultant du mouvement des électrons sur leurs orbites; varient inversement proportionnellement à une puissance élevée de la distance.

Les argiles marines ont en général une structure plus ouverte que les argiles déposées en eau douce.

La consolidation et les efforts de cisaillement tendent à orienter les particules suivant l'arrangement dispersé.

L'orientation des particules joue un rôle important sur les propriétés physiques et mécaniques. Ces notions sur l'orientation des particules argileuses permettent d'expliquer qualitativement des phénomènes complexes liés à la consolidation et à la résistance des argiles.



b - Orientation dispersée
Particules de sol argileux
- Figure 4 -

Ordres de grandeur des caractéristiques géométriques des principales familles d'argiles

Nature	Diamètre	Epaisseur	Surface spécifique ⁹
Kaolinite ¹⁰	0,3 à 3 μm	D/3 à D/10	10 à 20 m^2/g
Illite ¹¹	0,1 à 2 μm	D/10	80 à 100 m^2/g
Montmorillonite ¹²	0,05 à 1 μm	D/100	jusqu'à 800 m^2/g

Les argiles rencontrées en pratique sont formées de mélanges de minéraux argileux se rattachant à ces trois familles (cf. annexe 3).

4 - 3 - SOLS ORGANIQUES

Lorsque les grains sont constitués de matière organique, le sol est dit organique. La présence dans les sols de matières organiques, qui sont à l'origine de textures lâches et d'une importante rétention d'eau, confèrent à ceux-ci une grande plasticité et une grande compressibilité. Pour des études d'ouvrages importants où le critère de compressibilité est prépondérant (remblai sur sol compressible par exemple), le dosage de matières organiques des sols appelés à supporter de tels ouvrages est indispensable.

La tourbe, résultat de la décomposition des végétaux, est un exemple de sol organique; elle est presque exclusivement composée de fibres végétales.

5 - ESSAIS D'IDENTIFICATION PROPRES AUX SOLS GRENUS

5 - 1 - ESSAI D'ÉQUIVALENT DE SABLE (norme NF P 18-598)

L'essai d'équivalent de sable, désigné par le symbole E.S., a pour but d'évaluer la proportion relative d'éléments fins contenus dans le sol et dont la présence en quantité notable peut modifier le comportement mécanique.

C'est un essai empirique, simple, rapide et ne nécessitant qu'un appareillage très élémentaire. Il permet de contrôler sur place la constance de certaines qualités de matériaux mis en œuvre sur chantier à une cadence rapide. Il est très largement utilisé, en particulier en géotechnique routière.

L'essai consiste à opérer sur l'échantillon de sol (fraction du matériau dont les éléments sont inférieurs à 5 mm) un lavage énergique de manière à le séparer de ses matières fines. L'éprouvette contenant le sol et la solution lavante est soumise à 90 cycles de 20 cm d'amplitude en 30 secondes. La solution utilisée a, en outre, un pouvoir floculant sur les argiles et les colloïdes¹³.

⁹ surface spécifique du ciment : $\approx 1 \text{ m}^2/\text{g}$

¹⁰ du chinois kao ling, lieu où l'on extrayait cette argile, de kao, élevée, et ling, colline

¹¹ de l'Illinois - USA

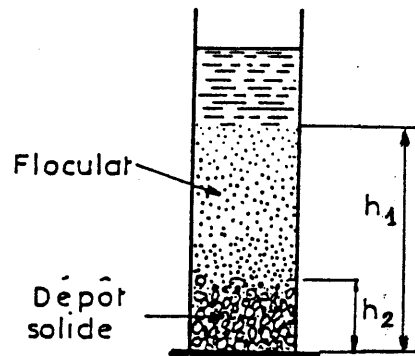
¹² de Montmorillon (Vienne) - France

¹³ particules très petites restant en suspension dans l'eau et dont la floculation produit un gel.

On laisse la solution se décanter (fig. 5). Le sable vrai se dépose dans le fond de la burette jusqu'à un niveau h_2 qui peut être mesuré. Au-dessus du sable, se dépose le floculat gonflé par la solution. On peut distinguer un deuxième niveau h_1 qui sépare le liquide contenant le floculat du liquide transparent de solution lavante décanté. On détermine le rapport entre la hauteur du dépôt solide h_2 et la hauteur du niveau supérieur du floculat h_1 .

L'équivalent de sable est par définition :

$$E.S. = \frac{h_2}{h_1} \cdot 100$$



Essai d'équivalent de sable

- Figure 5 -

La valeur de l'équivalent de sable chute très rapidement dès qu'il y a un faible pourcentage de limon ou d'argile dans le sol pulvérulent.

Ordres de grandeur :

Nature	Equivalent de sable
Sable pur et propre	E. S. = 100
Sol non plastique	E. S. = 40
Sol plastique	E. S. = 20
Argile pure	E. S. = 0

5 - 2 - INDICE DE DENSITÉ (norme NF P 94-059)

Pour donner une idée de l'état de compacité dans lequel se trouve un sol grenu à l'état naturel, on définit l'indice de densité :

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}}$$

e_{\max} et e_{\min} sont déterminés par des essais de laboratoire.

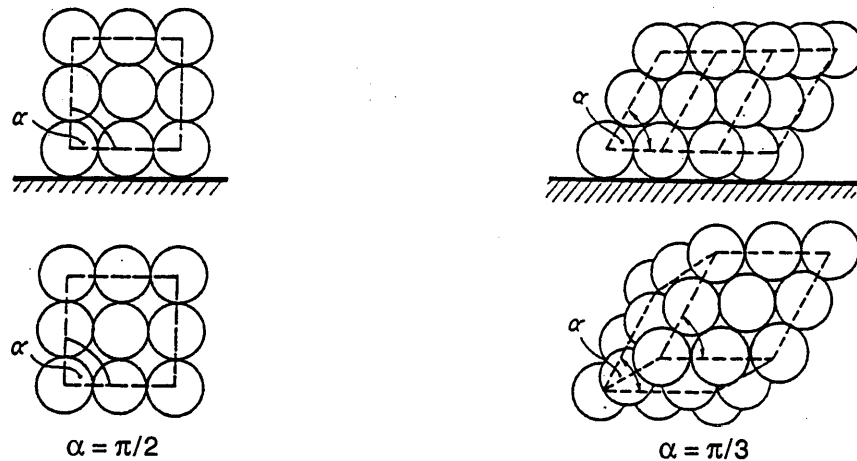
L'essai consiste à mettre en place le matériau séché dans un moule de volume connu, selon une procédure bien définie (avec une hauteur de chute nulle). On peut ainsi calculer son poids volumique minimal. Une surcharge statique de 10 kPa est ensuite appliquée afin de procéder au compactage de l'échantillon par vibration. On calcule alors son poids volumique maximal.

Pour un sol lâche $e \approx e_{\max} \Rightarrow I_D \approx 0$.

Pour un sol serré $e \approx e_{\min} \Rightarrow I_D \approx 1$.

Le comportement des sols grenus dépend presque uniquement de l'état de compacité dans lequel se trouve le squelette solide.

Dans le cas d'un matériau théorique constitué de sphères de même diamètre on peut définir deux assemblages particuliers correspondant à e_{\min} et e_{\max} (fig. 6) :



- a - Etat le moins compact :
assemblage cubique :

une sphère en contact avec six autres sphères $e_{\max} = 0,92$ ($n_{\max} = 47,6 \%$)

b - Etat le plus compact :
assemblage rhomboédrique¹⁴ :

une sphère en contact avec douze autres sphères $e_{\min} = 0,35$ ($n_{\min} = 25,9 \%$)

Assemblage de sphères de même diamètre

- Figure 6 -

6 - ESSAIS D'IDENTIFICATION PROPRES AUX SOLS FINS

6 - 1 - LIMITES D'ATTERBERG

||

C'est l'un des essais d'identification les plus importants.

Ces limites sont mesurées, avec un appareillage normalisé, sur le mortier, c'est à dire la fraction de sol qui passe au tamis de 0,40 mm.

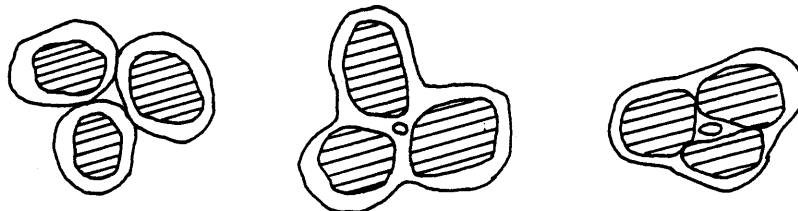
On peut considérer quatre états caractérisant la consistance des sols fins. Pour des teneurs en eau décroissantes :

- l'état liquide : Le sol a une consistance très faible. Il a l'aspect d'un fluide, il tend à se niveler suivant une surface horizontale. Les particules glissent facilement les unes sur les autres (fig. 7-a).

- l'état plastique : Le sol a une consistance plus importante. Il ne tend plus à se niveler. Soumis à de faibles contraintes il se déforme largement sans se rompre. Il garde sa déformation après suppression des contraintes. Les particules ont mis en commun leurs couches adsorbées; lorsqu'il y a déformation les particules restent attachées les une aux autres sans s'éloigner (fig. 7-b).

- l'état solide (avec retrait) : Le sol retrouve sa forme initiale après suppression des contraintes (petites déformations élastiques).

- l'état solide sans retrait; les particules arrivent au contact en quelques points en chassant l'eau adsorbée; le sol ne change plus de volume quand sa teneur en eau diminue (fig. 7-c).



a - Etat liquide

b - Etat plastique

c - Etat solide sans retrait

Divers états d'un sol fin

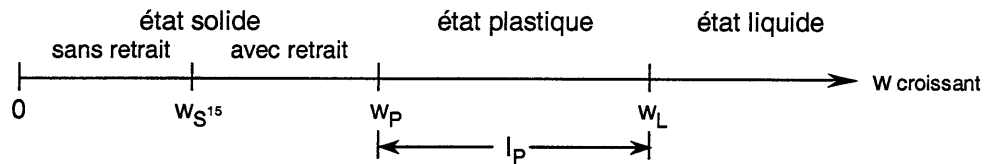
- Figure 7 -

La transition d'un état à un autre est très progressive, c'est pourquoi toute tentative pour fixer la limite entre deux états comporte une part d'arbitraire. Néanmoins, on utilise les limites définies par Atterberg et précisées ensuite par Casagrande.

¹⁴ appelé aussi assemblage "en tas de boulets"

On définit :

- la limite de liquidité, notée w_L qui sépare l'état liquide de l'état plastique,
- la limite de plasticité, notée w_P qui sépare l'état plastique de l'état solide,
- la limite de retrait, notée w_S qui sépare l'état solide avec retrait de l'état solide sans retrait.

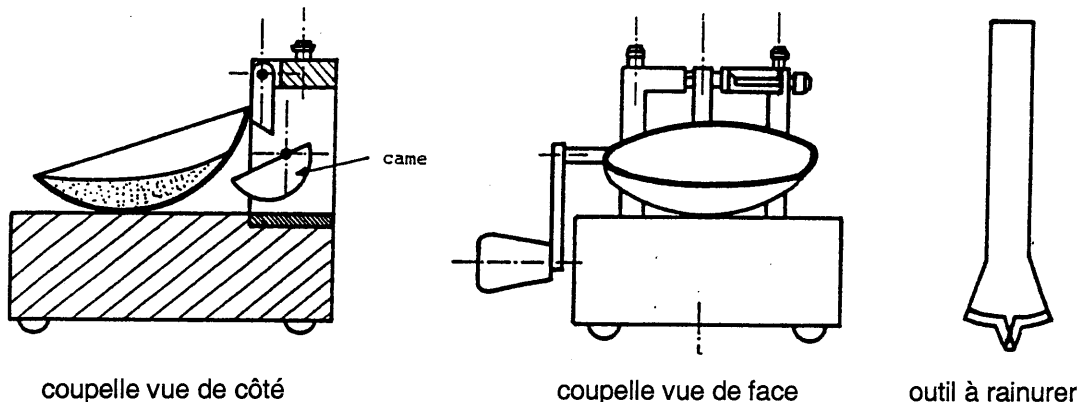


Dans les sols en place, la teneur en eau naturelle w_{nat} est généralement comprise entre w_L et w_P , très près de w_P .

6 - 1 - 1 - Limite de liquidité w_L

6 - 1 - 1 - 1 - Méthode de Casagrande (détermination à la coupelle - norme NF P 94-051).

Pour déterminer la limite de liquidité, on étend sur une coupelle une couche du matériau dans laquelle on trace une rainure au moyen d'un instrument en forme de V (fig. 8). On imprime à la coupelle des chocs semblables en comptant le nombre de chocs nécessaires pour fermer la rainure sur 1 cm, on mesure alors la teneur en eau de la pâte.



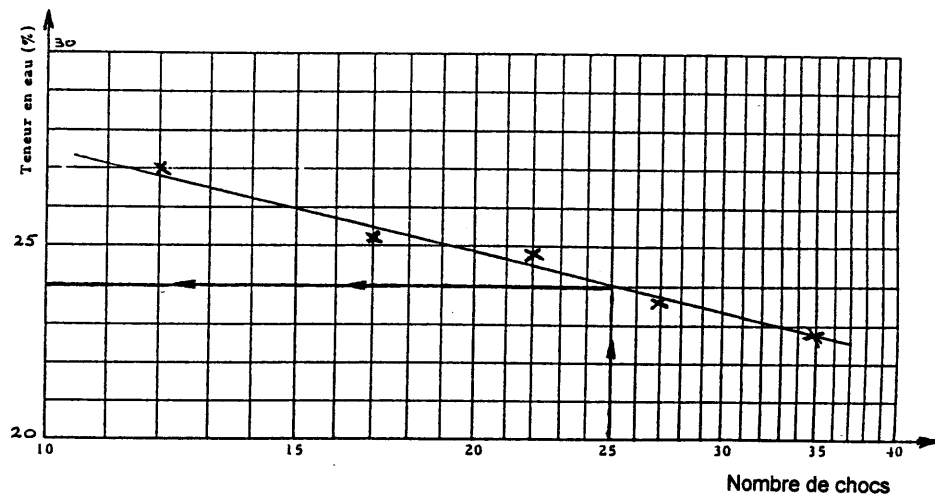
Appareillage pour la détermination de la limite de liquidité

- Figure 8 -

Par définition, la limite de liquidité est la teneur en eau qui correspond à une fermeture en 25 chocs.

Si on étudie la relation qui lie le nombre de chocs N à la teneur en eau w , on constate que la courbe représentative de cette relation est une droite en coordonnées semi-logarithmiques (échelle arithmétique pour les teneurs en eau, logarithmique pour le nombre de chocs) lorsque le nombre de chocs est compris entre 15 et 35. On réalise cinq essais qui doivent s'échelonner régulièrement entre 15 et 35 ou, mieux, entre 20 et 30 chocs. La droite la plus représentative est ensuite tracée à partir des points expérimentaux (fig. 9).

¹⁵ S pour shrinkage : retrait



Limite de liquidité

- Figure 9 -

Pour le même intervalle des valeurs de N, la formule approchée

$$w_L = w \left(\frac{N}{25} \right)^{0,121}$$

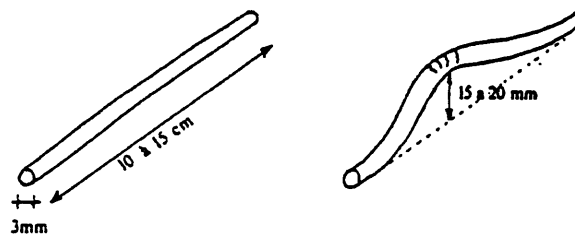
représente également assez bien les résultats expérimentaux. On peut donc employer avec prudence cette relation qui permet de déterminer la limite de liquidité à l'aide d'une ou deux mesures seulement.

6 - 1 - 1 - 2 – Méthode du cône de pénétration (norme NF P 94-052-1)

La relation entre la teneur en eau du sol remanié et la pénétration pendant cinq secondes, sous son propre poids, d'un cône normalisé (angle au sommet de 30°, masse de 80 g), tombé en chute libre, est déterminée expérimentalement. On porte en abscisse les teneurs en eau (en %) et en ordonnée les pénétrations correspondantes du cône (en mm), les deux échelles étant linéaires. La droite la plus représentative est tracée à partir des points expérimentaux. Par définition la limite de liquidité est la teneur en eau du sol qui correspond à une profondeur de pénétration du cône de 17 mm.

6 - 1 - 2 - Limite de plasticité w_p (norme NF P 94-051)

Pour déterminer la limite de plasticité, on roule l'échantillon en forme de cylindre qu'on amincit progressivement (fig. 10). La limite de plasticité est la teneur en eau du cylindre qui se brise en petits tronçons de 1 à 2 cm de long au moment où son diamètre atteint 3 mm. Il faut donc réaliser des rouleaux de 3 mm de diamètre sans pouvoir faire de rouleaux plus fins. On exécute en général deux essais pour déterminer cette limite.



Détermination de la limite de plasticité

- Figure 10 -

Ces deux limites sont d'une importance fondamentale en géotechnique car elles indiquent la sensibilité d'un sol aux modifications de sa teneur en eau.

6 - 1 - 3 - Indice de plasticité I_p (norme NF P 94-051).

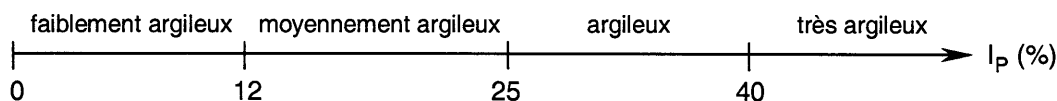
L'indice de plasticité, noté I_p , est le paramètre le plus couramment utilisé pour caractériser l'argilosité des sols.

Il s'exprime par la relation :

$$I_p = w_L - w_p$$

Il mesure l'étendue du domaine de plasticité, domaine pendant lequel on peut travailler le sol. Il a une grande importance dans tous les problèmes de géotechnique routière; il est préférable qu'il soit le plus grand possible.

Le GTR 92 (Guide Technique pour la Réalisation des remblais et des couches de forme - septembre 1992) retient pour I_p les seuils d'argilosité suivants :



6 - 1 - 4 - Ordres de grandeur

Nature	w_L (%)	w_P (%)	I_p (%)
Limon	24	17	7
Argile limoneuse peu plastique	40	24	16
Argile plastique	114	29	85
Argile de Mexico	500	125	375
Bentonite ¹⁶	710	54	656

6 - 2 - VALEUR DE BLEU DE MÉTHYLÈNE : VBS (norme NF P 94-068)

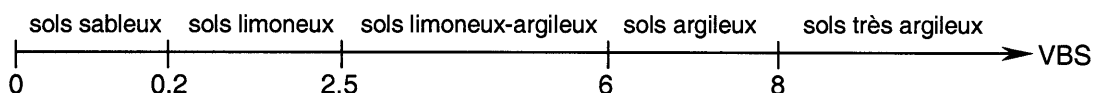
Il s'agit aussi d'un paramètre permettant de caractériser l'argilosité d'un sol. Son application est récente.

Ce paramètre, noté VBS (valeur de bleu du sol), représente la quantité de bleu de méthylène pouvant s'adsorber sur les surfaces externes et internes des particules argileuses contenues dans la fraction du sol considéré; c'est donc une grandeur directement liée à la surface spécifique du sol.

L'essai consiste à introduire progressivement du bleu de méthylène dans une suspension de sol maintenue en agitation. On prélève périodiquement une goutte de la suspension que l'on dépose sur un papier chromatographique. Dès qu'une auréole bleutée se développe autour de la tache ainsi formée on peut considérer que l'adsorption du bleu de méthylène sur les particules d'argile est terminée. En effet, c'est l'excès de bleu de méthylène qui apparaît dans l'auréole.

La VBS traduit globalement la quantité et la qualité (activité) de la fraction argileuse du sol. Elle s'exprime en grammes de bleu pour 100 g de sol.

Ordres de grandeur :



7 - AUTRES ESSAIS

- Des essais complémentaires, présentés en annexe 4, peuvent être réalisés. Il s'agit de
- l'analyse minéralogique,
 - la teneur en matière organique,
 - la teneur en carbonate de calcium.

8 - CLASSIFICATION DES SOLS

Classer un sol consiste à l'identifier grâce à des mesures quantitatives et à lui donner un nom afin de le rattacher à un groupe de sols de caractéristiques semblables.

Apparentée à la classification américaine U.S.C.S. (Unified Soil Classification System), la classification des Laboratoires des Ponts et Chaussées (L.P.C.) utilisée en France s'appuie sur essentiellement sur l'analyse granulométrique et sur les caractéristiques de plasticité de la fraction fine, complétée par des essais très simples (couleur, odeur, effets de l'eau, etc.).

¹⁶ minéral argileux thixotrope du groupe des smectites (de Fort Benton - Montana - USA).

La classification GTR 92 utilisée dans les travaux de terrassement est aussi très largement répandue.

Les sols sont désignés par le nom de la portion granulométrique prédominante qualifiée par un adjectif relatif aux portions secondaires.

8 - 1 - SOLS A GRANULOMÉTRIE UNIFORME

Voir § 3 - 2

8 - 2 - SOLS A GRANULOMÉTRIE NON UNIFORME

On distingue trois grands types de sols :

- les sols grenus : plus de 50 % des éléments en poids > 80 µm,
- les sols fins : plus de 50 % des éléments en poids < 80 µm,
- les sols organiques dont la teneur en matière organique est > à 10%.

8 - 2 - 1 - Sols grenus

La classification des sols grenus se fait par la granulométrie et les limites d'Atterberg. Elle est précisée dans le tableau ci-après (fig. 11).

Définitions			Symboles	Conditions	Désignations géotechniques
GRAVES	Plus de 50% des éléments > 0,08 mm ont un diamètre > 2 mm	moins de 5% d'éléments < 0,08 mm	Gb	$c_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} > 4$ et $c_c = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} \cdot D_{60}}$ compris entre 1 et 3	grave propre bien graduée
			Gm	Une des conditions de Gb non satisfaite	grave propre mal graduée
		plus de 12% d'éléments < 0,08 mm	GL	Limites d'Atterberg au-dessous de la ligne A ¹⁷	grave limoneuse
			GA	Limites d'Atterberg au-dessus de la ligne A ¹⁷	grave argileuse
SABLES	Plus de 50% des éléments > 0,08 mm ont un diamètre < 2 mm	moins de 5% d'éléments < 0,08 mm	Sb	$c_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} > 6$ et $c_c = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} \cdot D_{60}}$ compris entre 1 et 3	sable propre bien gradué
			Sm	Une des conditions de Sb non satisfaite	sable propre mal gradué
		plus de 12% d'éléments < 0,08 mm	SL	Limites d'Atterberg au-dessous de la ligne A ¹⁷	sable limoneux
			SA	Limites d'Atterberg au-dessus de la ligne A ¹⁷	sable argileux

Lorsque 5 % < % inférieur à 0,08 mm < 12 % ⇒ on utilise un double symbole

- pour les graves : Gb-GL Gb-GA Gm-GL Gm-GA
- pour les sables : Sb-SL Sb-SA Sm-SL Sm-SA

CLASSIFICATION L.P.C. DES SOLS GRENUS

- Figure 11 -

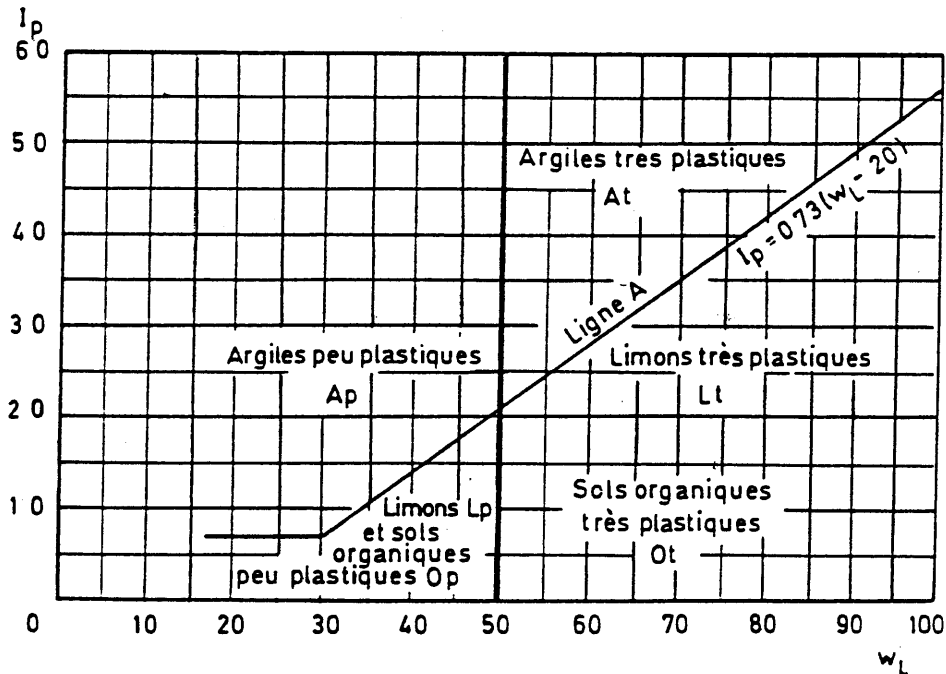
¹⁷ Ligne A du diagramme de plasticité – voir figure 12

8 - 2 - 2 - Sols fins

La classification des sols fins utilise les critères de plasticité liés aux limites d'Atterberg. Elle est précisée dans le diagramme de plasticité ci-après (fig. 12).

Selon la position dans le diagramme du point représentatif ayant pour abscisse la limite de liquidité et pour ordonnée l'indice de plasticité, on définit quatre grandes catégories principales :

- les limons très plastiques : L_t
- les limons peu plastiques : L_p
- les argiles très plastiques : A_t
- les argiles peu plastiques : A_p



Abaque de plasticité de Casagrande
CLASSIFICATION L.P.C. DES SOLS FINS

- Figure 12 -

Remarque : Les mots argile et limon ne représentent plus ici des classes granulométriques, mais sont liés aux valeurs des limites d'Atterberg. Il s'agit donc d'une classification basée sur la plasticité c'est à dire la nature minéralogique des particules de sol et non de leur dimensions.

8 - 2 - 3 - Sols organiques

Teneur en matière organique (%)	Désignation géotechnique		
0 - 3	Sol inorganique		
3 - 10	Sol faiblement organique	fO	Vase
10 - 30	Sol moyenne organique	mO	Sol tourbeux
> 30	Sol très organique	tO	Tourbe

ANNEXE

RELATIONS ENTRE CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES

[1] $n = \frac{V_v}{V} *$	[5] $e = \frac{V_v}{V_s} *$	[9] $w = \frac{W_w}{W_s} *$
[2] $n = \frac{e}{1+e}$	[6] $e = \frac{n}{1-n}$	[10] $w = e \cdot S_r \cdot \frac{\gamma_w}{\gamma_s}$
[3] $n = 1 - \frac{\gamma_d}{\gamma_s}$	[7] $e = \frac{\gamma_s}{\gamma_d} - 1$	[11] $w = \frac{\gamma}{\gamma_d} - 1$
[4] $n = \frac{\gamma_s - \gamma_{sat}}{\gamma_s - \gamma_w}$	[8] $e = \frac{\gamma_s - \gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w}$	[12] $w = S_r \cdot \gamma_w \left(\frac{1}{\gamma_d} - \frac{1}{\gamma_s} \right)$
[13] $S_r = \frac{V_w}{V_v} *$	[14] $S_r = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} \cdot \frac{w}{e}$	[15] $S_r = \frac{w}{w_{sat}} \quad (\gamma_d \text{ constant})$
[16] $\gamma = (1+w)(1-n)\gamma_s$	[17] $\gamma = \frac{1+w}{1+e} \cdot \gamma_s$	[18] $\gamma = (1+w)\gamma_d$
[19] $\gamma = \gamma_d + n \cdot S_r \cdot \gamma_w$	[20] $\gamma = \frac{\gamma_s + e \cdot S_r \cdot \gamma_w}{1+e}$	[21] $\gamma = (1-n)\gamma_s + n \cdot S_r \cdot \gamma_w$
[22] $\gamma_d = (1-n)\gamma_s$	[23] $\gamma_d = \frac{\gamma_s}{1+e}$	[24] $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w *$
[25] $\gamma' = (1-n)(\gamma_s - \gamma_w)$	[26] $\gamma' = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1+e}$	[27] $\gamma' = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\gamma_s} \cdot \gamma_d$

* : relation de définition

ANNEXE 2

GRANULOMÉTRIE

Les grains d'un sol ont des dimensions très variables pouvant aller de la dizaine de centimètres au micromètre. Un essai d'identification important consiste à étudier la granulométrie du sol, c'est à dire la distribution des grains suivant leur dimension en déterminant par pesée l'importance relative des classes de grains de dimensions bien définies.

1 - TAMISAGE

Pour les sols grenus on utilise une série de passoires et de tamis.

Les trous des passoires ont un diamètre variant de 100 à 6,3 mm. L'ouverture intérieure des mailles des tamis varie de 12,5 mm à 40 μ m. Par définition le diamètre d'une particule est égal à l'ouverture intérieure des mailles du plus petit tamis la laissant passer. Quand on se sert de passoires, il faut connaître les dimensions des tamis équivalents. D étant le diamètre des trous de la passoire, l'ouverture intérieure des mailles du tamis équivalent est égale à D/1,25 (résultat de Féret). On utilise, par exemple, indifféremment un tamis de 10 mm ou une passoire de 12,5 mm.

On commence toujours par passer l'échantillon dans une étuve à 105°C jusqu'à poids constant de façon à déterminer le poids de l'échantillon sec. On procède ensuite au tamisage proprement dit, soit à sec, soit sous l'eau, à l'aide d'une colonne de tamis soumise à des

vibrations. La quantité de matériau retenue sur le tamis est appelée refus, celle qui passe au travers du tamis est appelée tamisat.

Le tamisage à sec n'est précis que pour les matériaux dénués de cohésion comme les sables ou les graviers. En présence d'un sol limoneux ou argileux, il faut effectuer un tamisage sous l'eau. Le matériau doit alors être mis à tremper pendant un temps suffisant pour désagréger mottes et agglomérats. Cette opération peut durer de quelques minutes à plusieurs heures. Après tamisage, on passe de nouveau les tamis et leurs refus à l'étuve avant de les peser.

2 - SÉDIMENTOMÉTRIE

Lorsque la dimension des particules est inférieure à 80 µm le tamisage n'est plus possible. On a alors recours à la sédimentométrie. Cette méthode est basée sur la loi de Stokes qui exprime la vitesse limite de chute d'une particule sphérique dans un liquide visqueux en fonction du diamètre de la particule (fig. 1).

Cette relation s'écrit :

$$v = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{18 \mu} D^2$$

avec : v : vitesse de décantation,

D : diamètre de la particule,

γ_w : poids volumique du liquide utilisé (eau + défloculant),

μ : viscosité dynamique du liquide.

Cette formule donne par exemple pour la décantation de particules d'un poids volumique de 26,5 kN/m³ dans de l'eau à 20°C ($\mu = 10^{-3}$ Pa.s) $\Rightarrow v$ (cm/s) $\approx 9000 D^2$ (D exprimé en cm).

En pratique, pour pouvoir appliquer la loi de Stokes, il convient d'opérer sur une suspension de faible concentration (environ 20 g/litre) et sur des particules de dimension inférieure à 100 µm. Par convention, le diamètre d'une particule est égal au diamètre de la particule sphérique de même poids volumique qui a la même vitesse de décantation; il est appelé diamètre équivalent (le mot est important car les particules très fines sont très aplaties).

Le procédé consiste à mesurer à différentes époques, à l'aide d'un densimètre, la densité d'une suspension d'un sol (fig. 2). On opère sur une suspension initialement homogène. La décantation des particules détruit cette homogénéité, les particules les plus grosses tombant le plus rapidement. A une profondeur H donnée on mesure le densité δ de la suspension en fonction du temps t.

A cette profondeur H (= v . t)

- il n'y a plus de particules de diamètre supérieur à D tel que

$D = \frac{18 \mu \cdot H}{(\gamma_s - \gamma_w) t}$ car la sédimentation de ces particules a été plus rapide,

- le poids volumique de la suspension s'écrit :

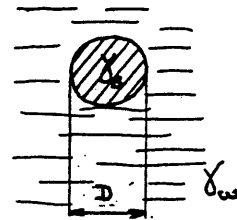
$$\delta \cdot \gamma_w = \frac{y \cdot W_s + \gamma_w \left(V - \frac{y \cdot W_s}{\gamma_s} \right)}{V}$$

avec :

$$y = \frac{\text{poids des particules de diamètre } < D}{\text{poids total } W_s \text{ des particules solides}}$$

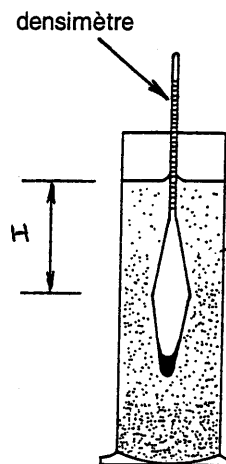
V : volume de la suspension

$$\text{On détermine } y = \frac{V}{W_s} \cdot \frac{\gamma_s \cdot \gamma_w}{\gamma_s - \gamma_w} \cdot (\delta - 1) \text{ en fonction du temps.}$$



Loi de Stokes

- Figure 1 -



Sédimentométrie

- Figure 2 -

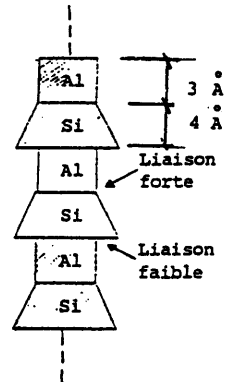
ANNEXE 3

ÉLÉMENTS DE CLASSIFICATIONS DES ARGILES

On distingue trois grandes familles.

La kaolinite

Le feuillet de kaolinite résulte de la liaison d'une couche tétraédrique (1) avec une couche octaédrique (2), la liaison se faisant par les atomes d'oxygène (fig. 1). La particule de kaolinite est formée d'un empilement de ces feuillets, de l'ordre d'une centaine. Les feuillets sont liés les uns aux autres par des liaisons du type hydrogène donc des liaisons relativement fortes; il en résulte que l'empilement est difficile à dissocier. Le minéral est par conséquent stable et l'eau ne peut ni circuler entre les feuillets ni provoquer un gonflement ou un retrait des particules. Ces argiles sont les moins dangereuses pour l'ingénieur.



Structure de la kaolinite

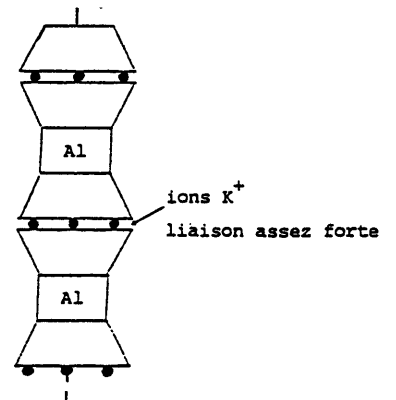
- Figure 1 -

Les smectites (dont la montmorillonite)

Même type structural que les illites, mais avec très peu de cations K^+ interfoliaires. Il en résulte des liaisons extrêmement lâches entre les feuillets ce qui permet à des molécules d'eau de se glisser entre les feuillets en provoquant des gonflements spectaculaires (5 à 6 couches de molécules d'eau). Les sols dont la teneur en montmorillonite est élevée sont susceptibles de gonflements ou de retraits importants suivant les variations de teneur en eau. Les particules de montmorillonite ont des dimensions très faibles, leur surface spécifique est donc très élevée d'où une activité superficielle intense. A cette famille appartient la bentonite couramment utilisée comme boue de forage et dans l'exécution de parois moulées.

Les illites

Leur structure est très proche de celle du mica blanc. Une couche octaédrique est prise entre deux couches tétraédriques. Ces dernières sont occupées par des Si^{4+} dont un peu moins de 1 sur 4 est remplacé par des Al^{3+} . La neutralité électrique est rétablie par l'interposition de cations K^+ entre les couches tétraédriques : il apparaît ainsi des liaisons ioniques faibles entre les feuillets, suffisantes toutefois pour les bloquer.



Structure de l'illite

- Figure 2 -

L'atome d'aluminium du feuillet octaédrique qui se trouve sous forme d'un Al^{+++} peut être remplacé par d'autres ions comme Mg^{++} , principalement dans la montmorillonite et dans l'illite. Il en résulte un déséquilibre électrique qui est compensé par l'adsorption en surface de cations Ca^{++} , Li^+ , K^+ , Fe^{++} . Aux extrémités de la particule d'argile, il y a également des déséquilibres électriques et adsorption de cations. Ces cations dits échangeables jouent un rôle important dans le comportement des argiles.

ANNEXE 4

AUTRES ESSAIS - COMPLÉMENTS

1 - ANALYSE MINÉRALOGIQUE

L'analyse minéralogique fait appel à l'observation au microscope électronique, à l'étude par diffraction des rayons X, à l'analyse chimique.

L'analyse minéralogique d'un sol est généralement un essai qui apporte beaucoup d'informations, car le comportement des sols fins est fonction de leur composition minéralogique. Par exemple une forte teneur en montmorillonite indiquera un sol très sensible à l'eau pouvant donner lieu à des gonflements ou des retraits importants.

2 - TENEUR EN MATIÈRE ORGANIQUE

Les matières organiques sont très variées et il est de ce fait quasiment impossible de déterminer par des essais simples chacune des variétés. On se contente d'un dosage pondéral global. Plusieurs méthodes de dosage sont possibles.

Méthode classique

Les matières organiques sont oxydées par un mélange de bichromate de potassium et d'acide sulfurique concentré.

Méthode thermique

Celle-ci fait appel à l'analyse thermique différentielle (A.T.D.), méthode plus longue mais plus précise que la méthode classique.

Test d'humidification de Von Post

Le test de Von Post permet d'estimer le degré de décomposition des matières organiques des sols par référence à une échelle d'humidification empirique comportant dix classes H₁ à H₁₀ (la classe H₁ correspond à une masse végétale non humidifiée, la classe H₁₀ à un sol organique totalement humidifié, à l'état de pâte).

L'essai consiste à comprimer une certaine quantité de matériau et à observer la nature et la couleur du liquide qui en sort, que l'on compare à une échelle préétablie. Il peut être réalisé à la main ou à l'aide d'un système mécanique.

3 - TENEUR EN CARBONATE DE CALCIUM

La détermination de la teneur en CaCO₃ s'effectue au calcimètre Dietrich - Fröling. L'essai consiste à mesurer à l'aide d'une burette à gaz le volume de CO₂ dégagé par la réaction du HCl sur le carbonate de calcium contenu dans l'échantillon.

L'acide chlorhydrique dilué décompose le carbonate de calcium selon la réaction:



La teneur en CaCO₃ d'un sol fin est un bon indice de sa résistance mécanique et de sa sensibilité à l'eau. Suivant la valeur de cette teneur, le comportement du sol évolue depuis celui d'une argile jusqu'à celui d'une roche, la valeur de transition étant aux alentours de 60 - 70 %.

Teneur en CaCO ₃ (%)	Désignation géotechnique	
0 - 10	Argile	Sols
10 - 30	Argile marneuse	
30 - 70	Marne	
70 - 90	Calcaire marneux	Roches
90 - 100	Calcaire	

Avril 2006

HYDRAULIQUE SOUTERRAINE

1 - ÉLÉMENTS D'HYDRAULIQUE SOUTERRAINE

1 - 1 - HYPOTHÈSES ET DÉFINITIONS FONDAMENTALES

1 - 1 - 1 - Hypothèses de base - Condition de continuité

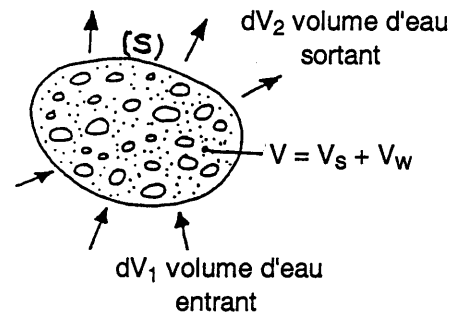
L'étude de l'écoulement de l'eau dans les sols repose sur les trois hypothèses suivantes :

1. Le sol est saturé.
2. L'eau et les grains sont incompressibles.
3. La phase liquide est continue.

Soit un volume quelconque de sol saturé (V), limité par une surface (S) et traversé par un écoulement (fig. 1). Dans un intervalle de temps donné dt , un volume d'eau dV_1 pénètre à l'intérieur de (S) et un volume d'eau dV_2 en sort. Si on suppose que les grains n'ont pas bougé, c'est à dire si (V) est un domaine fixe de l'espace, et en vertu de l'hypothèse 2, le volume d'eau V_w contenu dans (S) reste le même.

Par suite, $dV_1 = dV_2$. Le débit est conservé.

C'est la condition de continuité.



- Figure 1 -

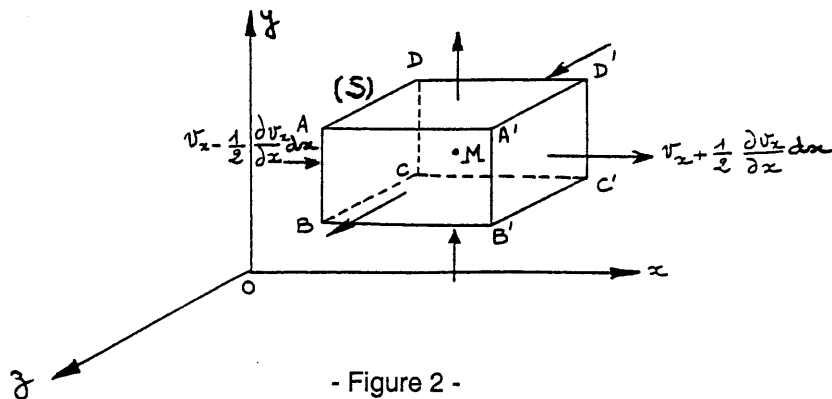
Pour expliciter la condition de continuité, considérons un parallélépipède élémentaire de sol, limité par une surface (S), de côtés dx , dy et dz .

Soit $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ la vitesse de l'eau au centre M de cet élément de volume (fig. 2).

L'eau pénètre par la facette ABCD avec une vitesse : $v_x - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} dx$ et sort par la facette

A'B'C'D' avec une vitesse : $v_x + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} dx$

Il en est de même pour les autres facettes.



- Figure 2 -

Au total, le volume d'eau entrant dans le parallélépipède pendant l'intervalle de temps dt s'écrit :

$$dV_1 = \left[(v_x - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} dx) \cdot dy \cdot dz + (v_y - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial y} dy) \cdot dz \cdot dx + (v_z - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} dz) \cdot dx \cdot dy \right] \cdot dt$$

On a de même pour le volume sortant :

$$dV_2 = \left[(v_x + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} dx) \cdot dy \cdot dz + (v_y + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial y} dy) \cdot dz \cdot dx + (v_z + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} dz) \cdot dx \cdot dy \right] \cdot dt$$

La condition de continuité $dV_1 = dV_2$ s'écrit donc après simplification :

$$\boxed{\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0} \quad \text{soit} \quad \boxed{\text{div } \vec{v} = 0} \quad (1)$$

C'est la loi de conservation en volume.

Remarques :

- C'est aussi la loi de conservation de la masse (hypothèse 2 : la masse volumique de l'eau reste constante).
- La relation (1) peut être obtenue sans faire d'hypothèse sur la forme du volume élémentaire – voir annexe 1.
- En hydraulique des sols on a le plus souvent affaire à des régimes permanents, c'est à dire des écoulements stabilisés pour lesquels la vitesse de l'eau en tout point du massif est indépendante du temps. Les particules fluides suivent donc des trajectoires, appelées lignes de courant, invariables au cours du temps. Le présent chapitre traite uniquement l'étude de tels écoulements.
- On appelle régime transitoire un régime non stabilisé, variable avec le temps.

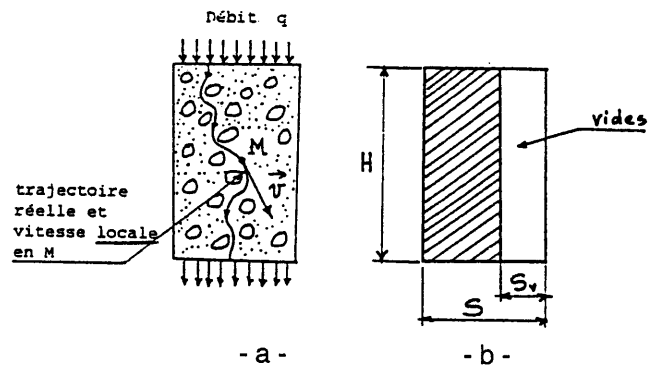
1 - 1 - 2 - Vitesse de l'eau dans le sol

L'eau qui s'écoule dans un sol circule dans les interstices entre les grains qui forment des canaux de tailles variables. Les trajectoires réelles des filets liquides sont assez tortueuses et il n'est pas possible de définir les vitesses réelles de l'eau (fig. 3 - a). Comme on s'intéresse surtout au mouvement global du fluide on définit des trajectoires fictives et des vitesses moyennes.

Soit q le débit de l'eau s'écoulant dans un tube de sol au travers d'une surface d'aire totale S (grains + vides).

Par définition, la vitesse de décharge de l'eau dans le sol, notée v , est égale au rapport :

$$\boxed{v = \frac{q}{S}}$$



- a -
- Figure 3 -

En pratique, c'est la vitesse de décharge v (appelée aussi vitesse de percolation) qui est utilisée dans les calculs de débits. C'est une vitesse fictive, apparente.

En considérant que l'eau ne circule que dans les vides, on peut définir la vitesse moyenne réelle, notée v' , définie par : $v' = \frac{q}{S_v}$

Soit n la porosité du milieu $n = \frac{V_v}{V} \Rightarrow V_v = n \cdot V$

Pour un cylindre de section S et de hauteur H , on a : $V_v = S_v \cdot H = n \cdot S \cdot H \Rightarrow S_v = n \cdot S$
 S : aire totale de la section, S_v : aire occupée par les vides.

La vitesse réelle moyenne a donc pour valeur : $v' = \frac{q}{S_v} = \frac{q}{n \cdot S}$ d'où :

$$v' = \frac{v}{n}$$

1 - 1 - 3 - Charge hydraulique - Perte de charge

Dans l'étude de l'écoulement d'un fluide sous l'action de la pesanteur, on appelle charge hydraulique en un point M, en prenant \vec{Oz} vertical ascendant, la quantité :

$$h_M = \frac{v_M^2}{2g} + \frac{u_M}{\gamma_w} + z_M$$

avec v_M : vitesse de l'eau au point M,

u_M : pression de l'eau en M (en prenant pour origine des pressions la pression atmosphérique), appelée pression interstitielle¹,

z_M : altitude du point M par rapport à un plan de référence arbitraire mais qui, judicieusement choisi, peut simplifier les calculs (si \vec{Oz} est vertical descendant : $-z_M$),

g : accélération due à la pesanteur.

La charge hydraulique représente l'énergie d'une particule fluide de masse unité, $\frac{v_M^2}{2g}$ correspondant à l'énergie cinétique et $(\frac{u_M}{\gamma_w} + z_M)$ à l'énergie potentielle. Elle est exprimée en mètres.

En Mécanique des Sols, le terme $\frac{v_M^2}{2g}$ est toujours très faible par rapport aux autres termes, car la vitesse d'écoulement de l'eau est toujours faible. Pour une vitesse de 10 cm/s, qui n'est jamais atteinte en pratique, $\frac{v_M^2}{2g} \approx 0,5$ mm seulement. On peut donc le négliger et écrire :

$$h_M = \frac{u_M}{\gamma_w} + z_M$$

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide parfait (incompressible et non visqueux) le théorème de Bernoulli indique que la charge le long d'un filet fluide reste constante. L'eau n'étant pas un fluide parfait, la présence des particules solides génère des contraintes de cisaillement (liées au gradient de vitesse). Il y a interaction de l'eau avec les grains du sol et, en conséquence, dissipation d'énergie. Le théorème de Bernoulli ne s'applique pas. Il y a perte de charge le long d'un filet fluide.

La charge hydraulique est une valeur relative fonction de la position du plan de référence, elle est donc définie à une constante près. Cela ne pose pas de problème car c'est la variation de charge entre deux points qui est le paramètre fondamental. La variation de charge dh subie par l'eau dans son mouvement de M à N (dans le sens de l'écoulement) est égale à $h_N - h_M$. Cette variation est négative (fig. 4).

On appelle perte de charge la quantité $-dh$

$$-dh = h_M - h_N$$

La pression interstitielle u est mesurée par la hauteur d'eau dans un tube piézométrique (appelé aussi piézomètre) pénétrant dans le sol jusqu'au point considéré.

Soit M le point considéré et A le niveau supérieur de l'eau dans le tube.

La charge hydraulique est la même en A et en M puisqu'il n'y a pas écoulement entre ces deux points.

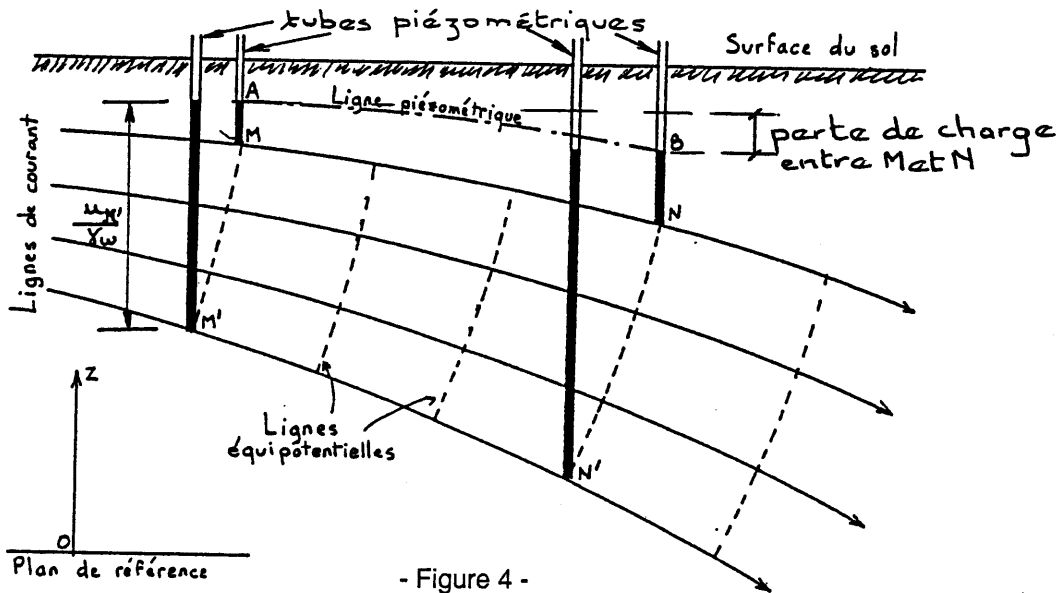
¹ remarquer **et retenir** l'orthographe du mot : interstitiel(le)

$$h_M = \frac{u_M}{\gamma_w} + z_M = h_A = z_A \Rightarrow \frac{u_M}{\gamma_w} = z_A - z_M \Rightarrow u_M = \gamma_w(z_A - z_M)$$

La pression interstitielle est proportionnelle à la hauteur d'eau dans le tube piézométrique.

On appelle surface piézométrique le lieu des points correspondant au niveau de l'eau dans les tubes piézométriques. Sa trace dans le plan d'étude est la ligne piézométrique.

La perte de charge entre M et N est égale à $z_A - z_B$.



- Figure 4 -

La surface libre de l'écoulement est constituée de lignes de courant confondues avec la ligne piézométrique qui leur est associée ($u_M = 0$, quel que soit le point M considéré appartenant à la surface de l'écoulement).

1 - 1 - 4 - Gradient hydraulique

La charge hydraulique h_M est fonction des coordonnées x , y et z de M.

On appelle gradient hydraulique en M, le vecteur \vec{i} de composantes : $\vec{i} = \begin{pmatrix} -\partial h / \partial x \\ -\partial h / \partial y \\ -\partial h / \partial z \end{pmatrix} = -\overrightarrow{\text{grad}} h$

Soit P un point très voisin du point M (fig. 5), tel que : $\overrightarrow{MP} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$

$$\text{On a : } \vec{i} \cdot \overrightarrow{MP} = -\frac{\partial h}{\partial x} dx - \frac{\partial h}{\partial y} dy - \frac{\partial h}{\partial z} dz = -dh_{MP}$$

donc la perte de charge entre M et P, égale à $h_M - h_P$, s'exprime donc par : $-dh_{MP} = \vec{i} \cdot \overrightarrow{MP}$

Soit Q un point très voisin de M dans la direction de \vec{i} ,

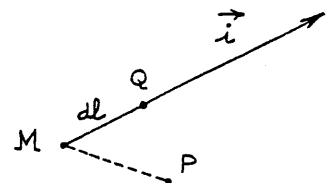
$|\overrightarrow{MQ}| = dl$, on a :

$$h_M - h_Q = -dh_{MQ} = \vec{i} \cdot \overrightarrow{MQ} = |\vec{i}| \cdot |\overrightarrow{MQ}|$$

\Rightarrow dans le sens de l'écoulement : $-dh = i \cdot dl$

d'où l'expression du module de \vec{i} :

$$i = \frac{-dh}{dl}$$



- Figure 5 -

i est un nombre sans dimension, positif dans le sens du courant.

Lorsque dans un écoulement le gradient hydraulique est le même en tout point, l'écoulement est dit uniforme.

1 - 1 - 5 - Exemple de calcul de gradient hydraulique

Considérons un échantillon cylindrique de sol traversé par un écoulement vertical descendant (fig. 5).

• Au point B :

$$u_B = AB \cdot \gamma_w \text{ (état hydrostatique)}$$

$$z_B = BC$$

$$\text{d'où : } h_B = \frac{u_B}{\gamma_w} + z_B = AB + BC = AC$$

• Au point D :

$$u_D = CD \cdot \gamma_w$$

$$z_D = -CD$$

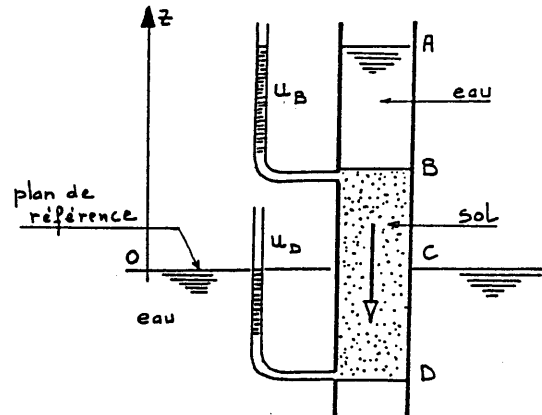
$$\text{d'où : } h_D = \frac{u_D}{\gamma_w} + z_D = CD - CD = 0$$

• Entre le point B et le point D, il y a une perte de charge : $(-dh)_{BD} = h_B - h_D = AC$

• Gradient hydraulique entre BD :

$$\text{Il a pour module : } i = \frac{-dh}{dl} = \frac{h_B - h_D}{BD} = \frac{AC}{BD}$$

En tout point de l'échantillon de sol le gradient hydraulique est le même : l'écoulement est uniforme



- Figure 6 -

Remarque : On observe que la perte de charge à travers l'échantillon (perte de charge totale) est égale à la différence entre le niveau de l'eau à l'entrée de l'échantillon et le niveau de l'eau à la sortie.

1 - 2 - LOI DE DARCY

Les expériences de Darcy, qui sont à la base de l'hydraulique souterraine, étaient relatives à l'écoulement de l'eau dans une conduite verticale remplie de sable en régime permanent. Dans un tel cas, les lignes de courant sont rectilignes et parallèles.

La loi, établie expérimentalement, peut être étendue au cas d'un écoulement monodimensionnel de direction quelconque.

La loi de Darcy exprime que la vitesse de décharge est proportionnelle au gradient hydraulique :

$$v = k \cdot i$$

La circulation de l'eau s'effectue en régime laminaire. Le coefficient k ainsi introduit est une caractéristique du sol étudié. Il est appelé coefficient de perméabilité. Sa dimension est celle d'une vitesse puisque i est sans dimension.

La perméabilité varie beaucoup avec la nature du terrain. Le tableau ci-après donne les intervalles de valeurs correspondant aux perméabilités de différents types de sol :

Type de sol	Coefficient de perméabilité (m/s)	Perméabilité
Graves	$10^{-3} < k < 1$	très élevée
Sables	$10^{-5} < k < 10^{-3}$	assez élevée
Limons et sables argileux	$10^{-9} < k < 10^{-5}$	faible
Argiles	$10^{-13} < k < 10^{-9}$	presque imperméable

Remarques :

1. Pour avoir un ordre de grandeur facile à retenir : 10^{-8} m/s représente une vitesse de 30 cm par an environ².
2. Les roches non fissurées ont des perméabilités variant de 10^{-12} à 10^{-10} m/s.
3. Dans le cas d'un sable à granulométrie serrée ($c_u < 2$), on peut obtenir une estimation du coefficient de perméabilité à l'aide de la relation empirique de Hazen :

$$k = D_{10}^2$$

où k est exprimée en m/s et D_{10} est exprimé en cm.

4. Le décret ministériel du 11 Mars 1987 concernant les Centres de Stockage et de Traitement des Déchets pour les ordures ménagères et assimilés précise que le sol du site doit présenter un coefficient de perméabilité inférieur à 10^{-6} m/s sur une épaisseur égale ou supérieure à 5 m et la présence en partie supérieure d'un sol ayant un coefficient de perméabilité inférieur à 10^{-9} m/s sur un mètre d'épaisseur.

1 - 3 - MESURE DE LA PERMÉABILITÉ EN LABORATOIRE

Le principe de la mesure consiste à relier le débit q traversant un échantillon cylindrique de sol saturé (écoulement uniforme) à la charge h sous laquelle se produit l'écoulement. Suivant l'ordre de grandeur de la perméabilité du sol étudié on sera amené à travailler sous charge constante (perméabilités élevées $\Leftrightarrow k > 10^{-5}$ m/s) ou sous charge variable (faibles perméabilités $\Leftrightarrow k < 10^{-5}$ m/s).

1 - 3 - 1 - Perméamètre à charge constante

Le niveau de l'eau dans le réservoir étant maintenu constant, on a, en prenant le plan de référence au niveau de sortie de l'eau (fig. 7) :

- en A : $h_A = \frac{u_A}{\gamma_w} + z_A = H - L = h$
- en B : $h_B = \frac{u_B}{\gamma_w} + z_B = 0$
- perte de charge entre A et B : $h_A - h_B = h$
- gradient hydraulique : $i = \frac{h}{L}$
- débit traversant l'échantillon :

$$q = v \cdot S = k \cdot \frac{h}{L} \cdot S$$

d'où :

$$k = \frac{q}{S} \cdot \frac{L}{h}$$

avec $q = \frac{Q}{t}$ et S section de l'échantillon.

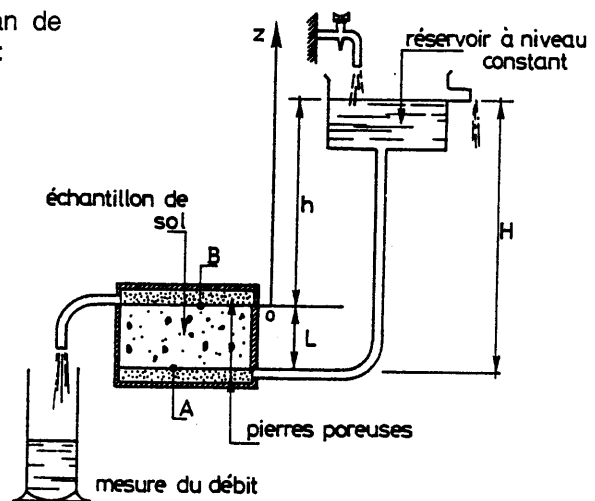
Q : volume d'eau recueilli pendant le temps t .

L'écoulement dans l'échantillon est uniforme.

1 - 3 - 2 - Perméamètre à charge variable

Dans le cas des faibles perméabilités, l'essai à charge constante serait trop long, les débits étant très faibles. On procède alors à charge variable : l'eau provient d'un tube de faible diamètre (section s) relié à l'échantillon. Au fur et à mesure que l'écoulement se produit, le niveau de l'eau dans le tube baisse (charge variable). On mesure le temps t nécessaire pour que l'eau descende du niveau h_1 au niveau h_2 (fig. 8).

Dans cet essai, le mouvement n'est pas permanent, mais le phénomène est lent et on suppose que la loi de Darcy est applicable à chaque intervalle de temps élémentaire.



Perméamètre à charge constante

- Figure 7 -

² 1 an $\approx \pi \cdot 10^7$ sec

Avec les notations de la figure (plan de référence au niveau d'entrée de l'échantillon) il vient, pour un temps intermédiaire :

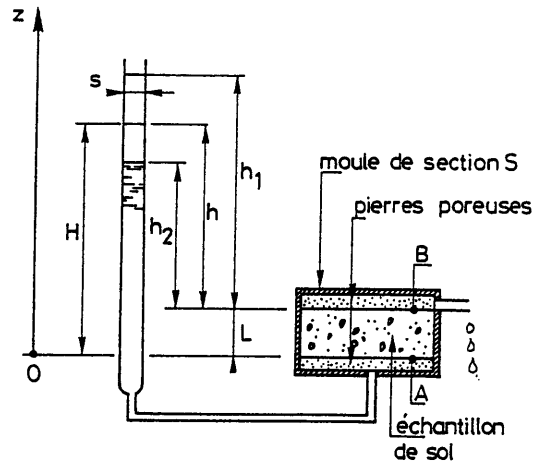
- en A : $h_A = \frac{u_A}{\gamma_w} + z_A = H + 0$
- en B : $h_B = \frac{u_B}{\gamma_w} + z_B = 0 + L$
- perte de charge : $h_A - h_B = H - L = h$
- gradient hydraulique : $i = \frac{h}{L}$
- débit traversant l'échantillon :

$$q = v \cdot S = k \cdot \frac{h}{L} \cdot S$$

En écrivant que le volume d'eau qui traverse l'échantillon pendant l'intervalle de temps dt est égal à la diminution de volume d'eau dans le tube, il vient :

$$dV = q \cdot dt = -s \cdot dh$$

$$\text{soit : } k \cdot \frac{h}{L} \cdot S \cdot dt = -s \cdot dh$$



Perméamètre à charge variable

- Figure 8 -

$$\text{d'où : } k \cdot \int_0^t dt = -\frac{s}{S} \cdot L \cdot \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} \text{ et, après intégration :}$$

$$k = \frac{s}{S} \cdot \frac{L}{t} \cdot \ln \frac{h_1}{h_2}$$

Remarques :

- La mesure de k en laboratoire est intéressante lorsque l'homogénéité du massif de sol est suffisante pour qu'un échantillon soit représentatif. C'est rarement le cas, sauf dans le cas de couches argileuses ou de matériaux mis en œuvre dans les ouvrages tels que digues et barrages en terre (matériaux de qualité contrôlée à la mise en œuvre). Dans le cas de problèmes courants tels que rabattements de nappe en milieu perméable, l'hétérogénéité nécessite l'emploi d'autres méthodes (pompages, ...).
- Comme précédemment on observe, pour les deux perméamètres, que la perte de charge totale à travers l'échantillon est égale à la différence entre le niveau de l'eau à l'entrée et le niveau de l'eau à la sortie de l'échantillon

1 - 4 - PERMÉABILITÉ DES TERRAINS STRATIFIÉS

De nombreux sols sédimentaires sont constitués par des couches superposées de granulométries et donc de perméabilités variables. La perméabilité est parmi les propriétés des sols les plus sensibles à l'anisotropie.

Soit un terrain stratifié d'épaisseur H constitué de n couches horizontales d'épaisseur H_i et de perméabilité k_i . On peut définir un terrain fictif homogène qui, dans les mêmes conditions de perte de charge, laisse filtrer le même débit.

1 - 4 - 1 - Cas d'un écoulement parallèle au plan de stratification (fig. 9-a)

Soit k_h le coefficient de perméabilité du terrain fictif homogène.

En exprimant que :

- la perte de charge est la même pour toutes les couches (le gradient hydraulique i est donc aussi le même)
 - le débit total est la somme des débits de chaque couche
- on démontre que l'on a :

$$k_h = \frac{1}{H} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} k_i \cdot H_i$$

1 - 4 - 2 - Cas d'un écoulement perpendiculaire au plan de stratification (fig. 9-b)

Soit k_v le coefficient de perméabilité du terrain fictif homogène.

En exprimant que :

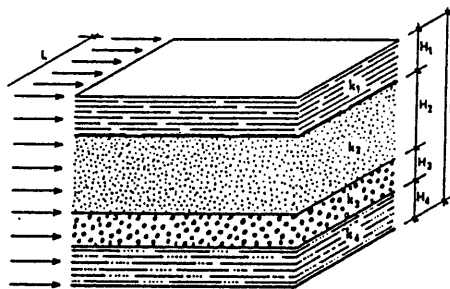
- la perte de charge totale est la somme des pertes de charge de chaque couche
 - le débit est le même pour toutes les couches
- (la vitesse de décharge v est donc aussi la même)

on démontre que l'on a :

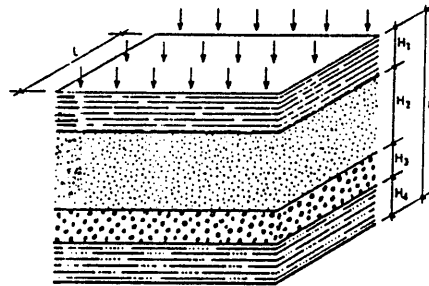
$$\frac{1}{k_v} = \frac{1}{H} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} \frac{H_i}{k_i}$$

ou encore :

$$k_v = \frac{H}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{H_i}{k_i}}$$



a - Ecoulement parallèle au plan de stratification



b - Ecoulement perpendiculaire au plan de stratification

- Figure 9 -

Remarque : La perméabilité du terrain fictif homogène est beaucoup plus élevée dans le sens des couches que dans le sens perpendiculaire aux couches. Dans le cas d'un terrain constitué de deux couches on peut facilement démontrer que $\frac{k_h}{k_v} > 1 \Rightarrow$ dans les terrains stratifiés, la perméabilité est plus grande parallèlement à la stratification que perpendiculairement.

1 - 5 - GÉNÉRALISATION DE LA LOI DE DARCY

1 - 5 - 1 - Milieu homogène et isotrope

Le coefficient de perméabilité k a la même valeur en tous points et dans toutes les directions. La loi de Darcy généralisée exprime que le vecteur vitesse de décharge et le gradient hydraulique sont proportionnels :

$$\vec{v} = k \cdot \vec{i}$$

En tout point M du milieu perméable, le vecteur gradient hydraulique est tangent à la ligne de courant passant par ce point et il est orienté dans le même sens.

\vec{v} et \vec{i} sont colinéaires, k est un scalaire.

Comme par ailleurs $\vec{i} = -\overrightarrow{\text{grad}} h$, la loi de Darcy peut s'écrire :

$$\vec{v} = -k \cdot \overrightarrow{\text{grad}} h = \overrightarrow{\text{grad}} (-k \cdot h)$$

ce qui revient à postuler l'existence d'une fonction $\phi(x,y,z) = -k \cdot h$ appelée potentiel des vitesses (c'est à dire donnant les composantes de la vitesse par dérivation) :

$$\vec{v} = \overrightarrow{\text{grad}} \phi$$

La vitesse de décharge a donc pour composantes :

$$v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad v_y = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \quad v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial z}$$

La loi de conservation $\text{div}(\vec{v}) = 0$ s'écrit : $\text{div}(\text{grad } \phi) = 0 \Rightarrow$

$$\Delta \phi = 0$$

Le potentiel des vitesses est une fonction harmonique.

De la même façon, après simplification par $-k$, on obtient

$$\Delta h = 0$$

La charge hydraulique est aussi une fonction harmonique.

1 - 5 - 2 - Milieu homogène et anisotrope

Dans ce cas les vecteurs gradient hydraulique et vitesse de décharge ne sont plus colinéaires. Ils se déduisent l'un de l'autre par un opérateur linéaire : le tenseur de perméabilité (\mathbf{k}) indépendant de x , y et z (homogénéité), symétrique et diagonalisable.

$$(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{yy} & k_z \end{pmatrix}$$

Si les axes de coordonnées utilisés sont les directions principales du tenseur de perméabilité (\mathbf{k}), il est ramené à sa forme diagonale et s'écrit :

$$(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{pmatrix}$$

La loi de Darcy s'écrit :

$$\vec{v} = -(\mathbf{k}) \cdot \text{grad } h$$

et les composantes de la vitesse de décharge ont pour expression :

$$v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad v_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad v_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

La condition de continuité s'écrit : $k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$.

Ce n'est pas une équation de Laplace; la charge hydraulique n'est pas une fonction harmonique.

En pratique, du fait de la sédimentation et de la consolidation suivant la verticale, $k_v \ll k_h$. On pose alors : $k_x = k_y = k_h$ et $k_z = k_v$ (milieu homogène orthotrope).

1 - 6 - DOMAINE DE VALIDITÉ DE LA LOI DE DARCY

La loi de Darcy est bien vérifiée pour tous les sols dans le domaine des vitesses de décharge usuelles. On constate toutefois des écarts par rapport à la loi de Darcy dans le cas de :

- très faibles vitesses de décharge \rightarrow écarts dus à la présence des couches d'eau adsorbées qui peuvent ralentir ou annuler l'écoulement,
- fortes vitesses de décharge \rightarrow écarts dus probablement à l'effet de forces d'inertie dans un mouvement non uniforme qui provoque des turbulences. Toutefois, ces fortes vitesses de décharge ne sont pratiquement jamais atteintes, sauf éventuellement dans certaines zones restreintes du milieu.

L'utilisation de la loi de Darcy est donc en pratique pleinement justifiée, d'autant plus que d'autres sources d'erreur, telles que la non homogénéité des sols réels, la modification de l'arrangement du squelette solide sous l'effet de l'écoulement, les variations de température qui modifient la viscosité de l'eau, fourniraient des corrections supérieures aux écarts mentionnés ci-dessus.

2 - ÉCOULEMENTS TRIDIMENSIONNELS À SYMÉTRIE DE RÉVOLUTION - HYDRAULIQUE DES PUIITS

On rencontre de tels écoulements lors de la réalisation de pompages dans la nappe phréatique. Les applications pratiques des pompages sont les suivantes : alimentation en eau, rabattement des nappes et essais de perméabilité in situ.

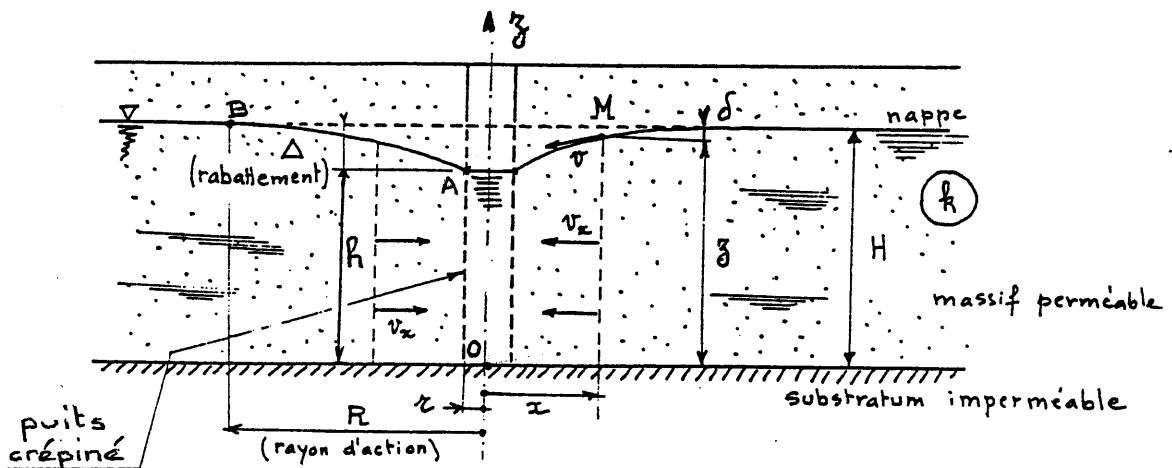
Nous ne donnerons ici que quelques résultats concernant le pompage en régime permanent.

2 - 1 - HYPOTHÈSES DE CALCUL

Soit un massif perméable, isotrope, de perméabilité k , baigné par une nappe libre d'épaisseur H , reposant sur un substratum imperméable (fig. 10). Supposons que l'on fore un puits circulaire vertical, de rayon r , traversant complètement la couche perméable jusqu'au substratum. Le puits est crépiné de manière à ce que les parois ne s'éboulent pas. On pompe alors dans le puits à débit constant q . La hauteur de l'eau dans le puits est notée h .

Dans le cas où la nappe phréatique a une grande épaisseur au repos, un régime permanent s'établit en une journée environ. La surface libre de la nappe présente alors une dépression en forme d'entonnoir, centrée sur le puits et se raccordant à une distance R de l'axe du puits à la surface initiale de la nappe. Le rabattement de la nappe n'affecte donc qu'une portion du massif perméable située à l'intérieur du cylindre vertical de rayon R , appelé rayon d'alimentation ou rayon d'action.

Le problème est de révolution autour de l'axe du puits. La figure ci-après représente une section du massif par un plan diamétral vertical. Le rabattement δ en un point d'abscisse x est donné par la différence de cote entre les points de la surface libre situés à la verticale de x avant et après pompage.



Rabattement de nappe libre

- Figure 10 -

2 - 2 - POMPAGE EN RÉGIME PERMANENT - FORMULE DE DUPUIT

Puits dans une nappe libre (fig. 10)

Soit un point M quelconque de la surface libre de coordonnées x et z .

En désignant par s l'abscisse curviligne le long de la surface libre, le gradient hydraulique en M a pour valeur $-dz/ds$ et la vitesse de décharge, tangente à la surface libre, a pour module : $v = k \cdot i = k \frac{dz}{ds}$

L'hypothèse de Dupuit consiste à supposer que la surface libre a une pente faible et que les lignes de courant peuvent, en première approximation, être considérées comme horizontales et parallèles.

On peut alors écrire : $v \approx v_x$ et $ds \approx dx \Rightarrow v_x = k \frac{dz}{dx}$

En admettant que les filets liquides sont pratiquement horizontaux et parallèles, il résulte que v_x est la valeur moyenne de la composante horizontale de la vitesse de décharge le long de la verticale d'abscisse x .

Par suite, le débit qui entre dans le cylindre de surface S (rayon x et hauteur z) a pour valeur : $q = S \cdot v_x = 2\pi \cdot x \cdot z \cdot k \cdot \frac{dz}{dx}$ (1)

Puisque l'eau est incompressible et que le régime est permanent, q est égal au débit pompé dans le puits. En intégrant l'équation (1) entre le rayon du puits r et le rayon d'action R , on trouve la formule de Dupuit :

$$q = \pi \cdot k \cdot \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r}}$$

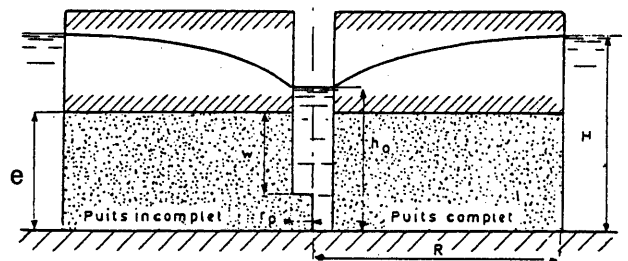
Puits dans une nappe captive (fig. 11)

On ne considère plus la surface de la nappe mais la surface piézométrique. Le débit à considérer entre dans le cylindre de surface S , de rayon x et de hauteur constante e .

L'intégration de la relation $q = 2\pi \cdot x \cdot e \cdot k \cdot \frac{dz}{dx}$

conduit à :

$$q = 2\pi \cdot k \cdot e \cdot \frac{H - h}{\ln \frac{R}{r}}$$



Puits dans une nappe captive

- Figure 11 -

2 - 3 - REMARQUES

2 - 3 - 1 - Rayon d'action

L'utilisation de la formule de Dupuit nécessite la connaissance du rayon d'action R . Ce dernier peut être évalué de différentes manières, soit simplement par relevé du niveau de la nappe au cours du pompage, soit à l'aide de formules empiriques, soit encore par un calcul théorique en régime transitoire.

1. En première approximation, on peut admettre que

$$100 r < R < 300 r$$

Les valeurs extrêmes du logarithme sont $\ln 300 = 5,70$ et $\ln 100 = 4,61$; on voit que la plage d'incertitude sur q reste faible. Pour $R = 200 r$, on obtient $\ln R/r = \ln 200 = 5,30$.

2. On peut également utiliser la formule empirique de Sichardt :

$$R = 3000 (H - h) \sqrt{k}$$

avec : R , H et h exprimés en m, k exprimé en m/s.

3. Etablissement du régime permanent. On montre que $R = 1,5 \sqrt{\frac{k \cdot H \cdot t}{n}}$

avec : k : coefficient de perméabilité, exprimé en m/s,
 t : durée du régime transitoire, exprimé en secondes
 n : porosité.

Nota : Le produit kH est appelé transmissivité, elle est notée T .

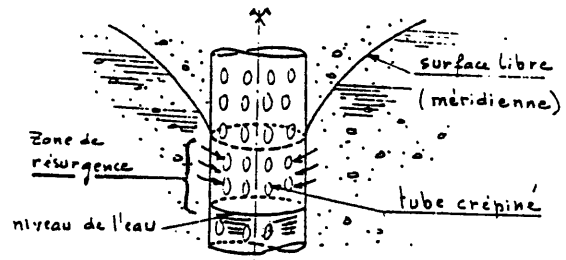
2 - 3 - 2 - Equation de la surface libre

En intégrant l'équation (1) entre le rayon du puits et le point courant on obtient l'équation de la méridienne :

$$z^2 = h^2 + \frac{q}{\pi \cdot k} \cdot \ln \frac{x}{r}$$

L'expérience montre que l'hypothèse de Dupuit n'est pas valable au voisinage du puits (fig. 12):

- la pente de la surface libre est loin d'être négligeable,
- il existe une zone de résurgence sur la surface intérieure du tube



Zone de résurgence

- Figure 12 -

En revanche, le calcul du débit peut être mené rigoureusement sans faire d'hypothèse simplificatrice sur la pente des filets liquides (démonstration due à Tcharny - cf. annexe 2). Il conduit à la même relation que Dupuit (h désignant alors la hauteur de l'eau dans le puits).

2 - 4 - MESURE DE LA PERMÉABILITE IN - SITU

Les petits échantillons testés en laboratoire ne rendent pas compte de l'hétérogénéité des formations naturelles. En effet, il peut exister dans la nature des passages privilégiés (joints de stratification, fissures, ...) qui modifient localement l'écoulement. On procède alors à des essais en place. Les perméabilités mesurées en laboratoire sont inférieures à celles mesurées in-situ (effet d'échelle). On distingue deux types d'essais : l'essai de pompage et l'essai ponctuel.

2 - 4 - 1 - ESSAI DE POMPAGE (norme NF P 94-130)

L'essai consiste rabattre, par pompage, la surface piézométrique d'une nappe. La perméabilité du sol est telle que le pompage provoque un rabattement de la surface piézométrique en quelques heures. Pour cela on fore un puits à travers la formation perméable jusqu'au substratum. Le puits est crépiné sur toute la hauteur traversant la nappe (fig. 13); des piézomètres sont mis en place. On pompe alors avec un débit constant q jusqu'à ce que l'on ait atteint un régime permanent.

On mesure le débit pompé ainsi que le niveau de l'eau dans le puits et dans les piézomètres.

La formule de Dupuit donne alors :

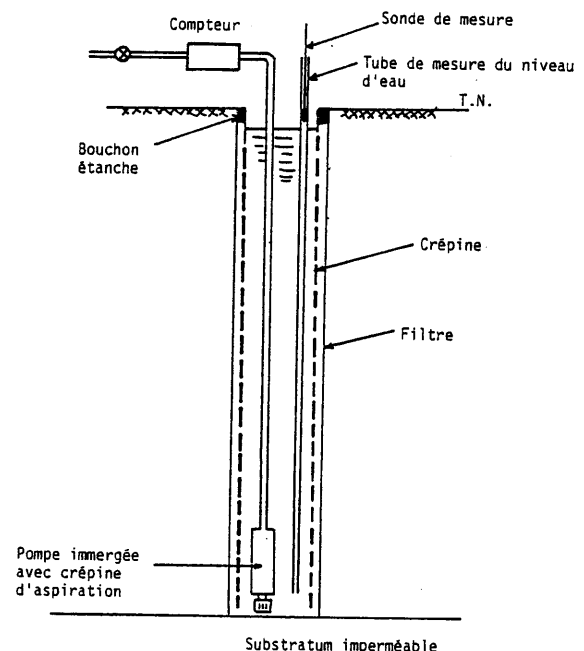
$$k = q \frac{\ln \frac{R}{r}}{\pi (H^2 - h^2)}$$

Le rayon d'action est obtenu par observation du niveau de la nappe à l'aide d'au moins trois piézomètres alignés. La durée de l'essai est de l'ordre d'une journée.

L'essai de pompage donne la valeur globale de k représentative du comportement hydraulique moyen du volume de sol intéressé par l'essai (cylindre ayant pour hauteur l'épaisseur de la nappe et ayant pour rayon le rayon d'action du pompage).

2 - 4 - 2 - ESSAI PONCTUEL

Un essai ponctuel est réalisé pendant un temps suffisamment court pour que le niveau de la nappe au cours de l'essai reste inchangé. On suppose que le substratum imperméable est assez loin du fond du sondage.



Essai de pompage

- Figure 13 -

Il intéresse un volume sphérique de sol ayant un rayon de quelques mètres autour du point étudié.

L'essai le plus courant est l'essai Lefranc (norme NF P 94-132), que l'on exécute en général au cours de l'avancement d'un sondage (\Rightarrow économies). Le sondage est tubé jusqu'au niveau où doit être effectuée la mesure et on exécute, à ce niveau, une cavité de forme déterminée (appelée lanterne), caractérisée par un coefficient de forme C (déterminé le plus souvent par analogie électrique). La cavité est isolée à sa partie supérieure par un bouchon étanche de bentonite (fig. 13). La filtration s'effectue par les parois de la cavité et non par celles du forage.

Selon la perméabilité des terrains deux méthodes sont utilisées.

- Dans les terrains relativement perméables ($k > 10^{-5}$ m/s) on pompe dans la cavité à débit constant q sous charge constante h (régime permanent).

On montre alors que le débit peut se mettre sous la forme :

$$q = C \cdot k \cdot h$$

d'où :
$$k_L = \frac{q}{C \cdot h}$$

Dans la pratique, pour obtenir une meilleure précision, on effectue plusieurs mesures (par pompage ou injection) avec des charges et des débits différents.

- Dans les terrains moins perméables ($k < 10^{-5}$ m/s), on procède à charge variable du fait des faibles débits mis en jeu (régime transitoire).

Après avoir pompé l'eau dans la cavité, on arrête le pompage et on observe la remontée de l'eau dans le tube central. Soient h_1 et h_2 les deux mesures de la charge effectuées aux temps t_1 et t_2 .

On démontre que l'on a :

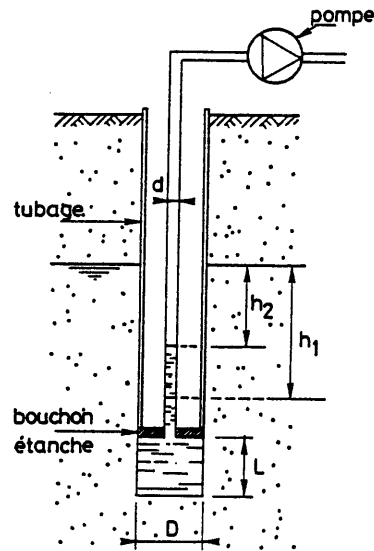
$$\ln \frac{h_1}{h_2} = \frac{4 C \cdot k}{\pi \cdot d^2} (t_2 - t_1)$$

d'où l'on tire :
$$k = \frac{\pi \cdot d^2}{4 C} \cdot \frac{\ln \frac{h_1}{h_2}}{t_2 - t_1}$$
 d : diamètre du tube intérieur.

Pour une cavité cylindrique de diamètre D et de hauteur L ($L > 2 D$), éloignée des limites de l'aquifère (de la surface de la nappe et du substratum imperméable) :

$$C = \frac{2 \pi L}{\ln \frac{2 L}{D}} \quad C \text{ a la dimension d'une longueur.}$$

La précision de l'essai est au mieux de l'ordre de 50%. Cet essai permet de déterminer un coefficient de perméabilité locale; il ne doit pas être utilisé seul pour déterminer un rabattement important de nappe.



Essai Lefranc

- Figure 14 -

3 - ÉCOULEMENTS BIDIMENSIONNELS - ÉTUDE DES RÉSEAUX D'ÉCOULEMENT

3 - 1 - GÉNÉRALITÉS

Dans un massif de sol homogène isotrope soumis à un écoulement permanent et tel qu'il n'y ait pas de variation de volume du sol (donc pas de modification de l'arrangement du squelette solide) les équations qui régissent l'écoulement sont :

- la condition de continuité de la phase liquide : $\text{div } \vec{v} = 0$ et

- la loi de Darcy généralisée : $\vec{v} = k \cdot \vec{i} = -k \cdot \text{grad } h$

Ces deux équations sont équivalentes au système :

$$\begin{cases} \partial v_x / \partial x + \partial v_z / \partial z = 0 \\ v_x = -k \partial h / \partial x \\ v_z = -k \partial h / \partial z \end{cases}$$

La condition de continuité s'écrit : $\partial^2 h / \partial x^2 + \partial^2 h / \partial z^2 = \Delta h = 0$

La charge $h(x,z)$ satisfait donc à une équation de Laplace. C'est une fonction harmonique.

Dans le cas d'un milieu anisotrope, on aboutit à l'équation :

$$k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

qui n'est plus une équation de Laplace. La charge n'est plus une fonction harmonique.

3 - 2 - MILIEU ISOTROPE

3 - 2 - 1 - Généralités - Définitions

La condition de continuité s'écrit : $\partial^2 h / \partial x^2 + \partial^2 h / \partial z^2 = 0$

L'écoulement a lieu entre des limites déterminées sur lesquelles sont imposées des conditions sur l'écoulement (la vitesse de décharge) ou sur la charge hydraulique. Le problème consiste à déterminer une fonction $h(x,z)$ satisfaisant à l'équation de Laplace et aux conditions aux limites. La solution est indépendante de la perméabilité k du sol.

En pratique, la résolution de l'équation de Laplace consiste à rechercher :

- les lignes équipotentielles pour lesquelles on a $h = c^{ste}$,
- les lignes de courant pour tout point M desquelles on a $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$, l'axe \overrightarrow{Mn} étant porté par

la normale à la ligne de courant.

Dans le cas général l'équation de Laplace n'est pas intégrable et on a recours aux méthodes numériques.

Dans les cas géométriquement simples on utilise la transformation conforme.

On a vu que l'on pouvait introduire la fonction potentielle : $\phi(x,z) = -k \cdot h \Rightarrow \vec{v} = \overrightarrow{\text{grad}} \phi$.

On peut aussi introduire la fonction de courant $\psi(x,z)$ définie par : $\frac{\partial \psi}{\partial z} = v_x$ et $-\frac{\partial \psi}{\partial x} = v_z$.

On montre facilement que ϕ et ψ sont des fonctions harmoniques ($\Delta \phi = \Delta \psi = 0$) et que les lignes $\phi = c^{ste}$ sont les lignes équipotentielles ($h = c^{ste}$)
et $\psi = c^{ste}$ sont les lignes de courant.

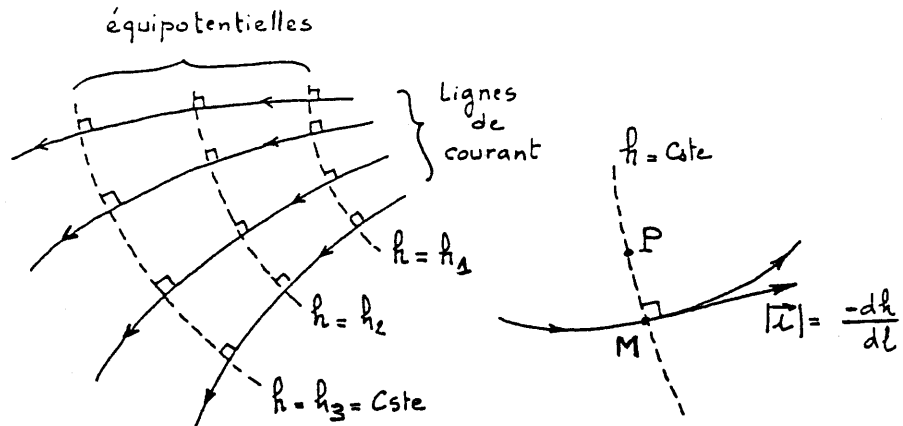
On peut alors écrire que la fonction $\phi + i\psi$, appelée potentiel complexe est une fonction harmonique de la variable complexe $x + iy$. Les méthodes de transformations conformes permettent, à partir de potentiels simples, de définir des écoulements de formes plus complexes s'adaptant aux conditions aux limites imposées. Les calculs sont assez lourds.

Lignes équipotentielles et lignes de courant constituent un réseau orthogonal : le réseau d'écoulement.

En effet, en tout point M, la ligne de courant est perpendiculaire à la ligne équipotentielle : Soit P un point très voisin de M sur l'équipotentielle passant par M (fig. 15).

Perte de charge entre M et P : $(-dh)_{MP} = \vec{i} \cdot \overrightarrow{MP}$

or $(-dh)_{MP} = 0$ (équipotentielle), donc les vecteurs \vec{i} et \overrightarrow{MP} sont perpendiculaires.



Lignes équipotentiellles et lignes de courant

- Figure 15 -

Deux lignes de courant déterminent un tube de courant dans lequel l'eau circule sans sortir; le débit y est donc constant.

La vitesse de décharge est d'autant plus faible que les lignes de courant s'écartent.

Détermination des réseaux d'écoulement

La détermination des réseaux d'écoulement peut se faire de différentes façons :

- par recherche d'une solution analytique à partir du potentiel complexe dans les cas géométriquement simples,
- par méthode numérique (calcul par élément finis),
- par méthode analogique (analogie électrique),
- manuellement, par approximations successives.

3 - 2 - 2 - Exemples de conditions aux limites

Soit un barrage en terre de section droite ABCD reposant sur un substratum imperméable (fig. 16). La hauteur de l'eau dans la retenue est H. Le plan de référence pour les altitudes et les charges hydrauliques est le niveau du substratum. Il correspond au niveau de l'eau à l'aval.

Les conditions aux limites de l'écoulement sont les suivantes :

- AF est une surface imperméable : aucun débit ne la traverse, la composante de la vitesse de décharge selon la normale \vec{n} à la surface imperméable est nulle : le gradient hydraulique transversal est nul.

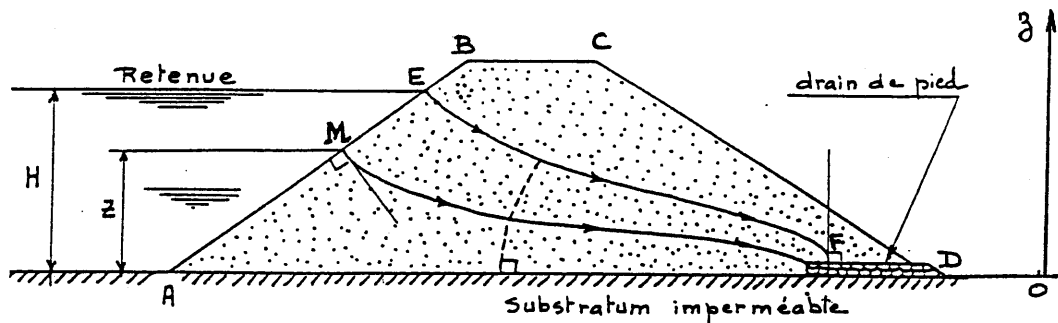
$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0$$
 la dérivée normale est nulle (condition de Neumann).
 AF est une ligne de courant.
- AE est une surface filtrante : c'est une surface en contact avec une masse d'eau libre. Dans la masse d'eau libre, les pertes de charge sont négligeables :
 $h = c^{ste}$ (ici = H).
 La condition à la limite sur AE est donc : $h = c^{ste}$ (condition de Dirichlet).
 Les surfaces filtrantes sont des surfaces équipotentiellles.
 AE est donc normale aux lignes de courant.
- EF est la surface libre (surface de la nappe) : le débit qui la traverse est nul : le gradient hydraulique transversal est nul : $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$ (\vec{n} normal à EF au point considéré). C'est une ligne de courant. Elle n'est soumise qu'à la pression atmosphérique. En négligeant l'action de la capillarité : $h = z$.

$$^3 \frac{\partial h}{\partial n} = \vec{n} \cdot \vec{\text{grad}} h = \begin{vmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \end{vmatrix} = \frac{\partial h}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial h}{\partial y} \sin \alpha = 0$$

On a donc la double condition : $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$ et $h = z$.

- au point F et dans le drain de pied : $h = 0$.

L'écoulement considéré, limité dans sa partie supérieure par une surface libre, est dit écoulement à surface libre.



Barrage en terre

- Figure 16 -

3 - 2 - 3 - Méthode d'analogie électrique

Le réseau d'écoulement peut être déterminé par la méthode d'analogie électrique.

Si une plaque conductrice de l'électricité, plane, d'épaisseur constante, homogène et isotrope est parcourue par un courant électrique, le potentiel électrique $V(x,z)$ vérifie l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \Delta V = 0$$

La densité de courant i et le potentiel électrique sont reliés par la relation :

$$\vec{i} = - \left(\frac{1}{\rho} \right) \overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\rho : \text{résistivité})$$

Il y a donc une analogie entre l'écoulement d'un courant électrique dans une plaque

$[\vec{i} = - \left(\frac{1}{\rho} \right) \overrightarrow{\text{grad}} V]$ et l'écoulement bidimensionnel de l'eau dans un sol $[\vec{v} = - k \cdot \overrightarrow{\text{grad}} h]$.

Le modèle du problème étudié est découpé dans un papier conducteur graphité.

Les lignes de courant sont représentées par les bords libres ou des entailles (pour une palplanche par exemple).

Les surfaces filtrantes (équipotentiels) sont portées à un potentiel V proportionnel à h .

Si l'écoulement est à surface libre il faut découper le modèle par approximations successives de façon à avoir $h = z$ (condition à la limite de surface libre).

Mis à part cette incertitude, l'analogie électrique est facile à mettre en œuvre, rapide, directe et quasi exacte.

On détermine le réseau d'écoulement par ses équipotentiels : à l'aide d'une sonde, on mesure en tout point de la plaque le potentiel $V(x,z)$.

Les grandeurs qui se correspondent sont les suivantes :

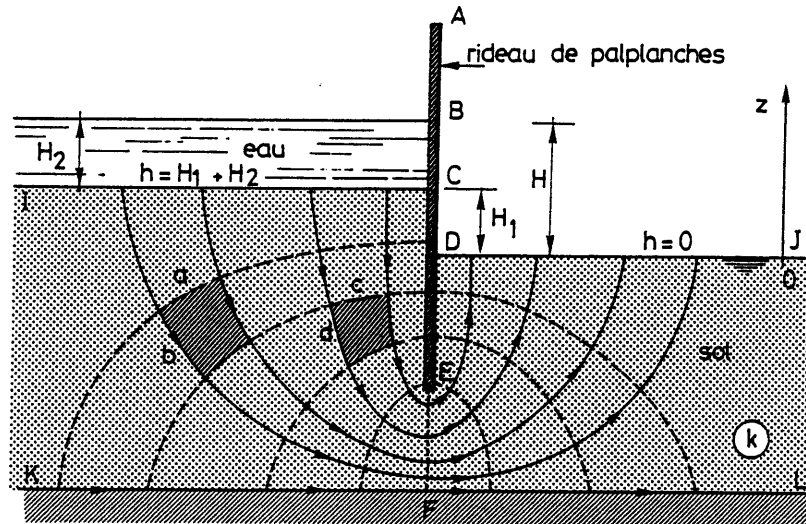
Grandeur hydraulique	Grandeur électrique
charge : h	potentiel : V
vitesse de décharge : \vec{v}	densité de courant : \vec{i}
débit : q	intensité : I
perméabilité : k	conductivité : $1/\rho$

3 - 2 - 4 – Exploitation des réseaux d'écoulement

Les réseaux d'écoulement permettent de résoudre deux problèmes pratiques très courants en Mécanique des Sols :

- le calcul des débits : barrages, assèchements d'une fouille, ...
- le calcul de la pression interstitielle utilisée pour l'étude de la stabilité des talus, des barrages en terre, des murs de soutènement, des rideaux de palplanches, ...

Considérons un réseau d'écoulement sous un rideau de palplanches (fig. 17). Le rideau est supposé de longueur infinie. Il est fiché dans une couche de limon surmontant une argile. Le rapport de perméabilité permet de considérer l'argile imperméable vis-à-vis du limon.



Substratum imperméable

Rideau de palplanches

- Figure 17 -

Le plan de référence pour les altitudes et les charges hydrauliques est le plan DJ.

Les conditions aux limites sont les suivantes :

- DJ : surface filtrante, ligne équipotentielle ($h = 0$)
- IC : surface filtrante, ligne équipotentielle ($h = H_1 + H_2$)
- CED : surface imperméable, ligne de courant
- KFL : surface imperméable, ligne de courant

Tracé du réseau d'écoulement :

Les lignes de courant et les lignes équipotentiels sont tracées de telle sorte qu'il y ait :

- le même débit Δq entre deux lignes de courant voisines,
- le même intervalle de perte de charge Δh entre deux équipotentiels voisines.

Les lignes du réseau forment des quadrilatères curvilignes.

Considérons l'un d'eux de largeur a et de longueur b .

Le débit de l'eau Δq à travers ce quadrilatère et sur une épaisseur unité est :

$$\Delta q = v \cdot \Delta S = v \cdot a \cdot 1 \quad \text{avec } v = k \cdot i = k \cdot \frac{\Delta h}{b}$$

$$\text{Soit :} \quad \Delta q = k \cdot \frac{\Delta h}{b} \cdot a$$

Si nous considérons un autre quadrilatère de largeur c et de longueur d , nous aurons de

$$\text{même :} \quad \Delta q = k \cdot \frac{\Delta h}{d} \cdot c$$

Donc : $a/b = c/d = \text{etc ...}$ (même débit Δq)

Pour tous les quadrilatères le rapport de la largeur à la longueur est le même. Le problème revient donc à déterminer deux familles de courbes orthogonales, satisfaisant aux conditions aux limites et telles que les quadrilatères curvilignes formés soient semblables. Cette dé-

termination peut être faite à la main par approximations successives en prenant le plus souvent $a/b = 1$.

Calcul du débit sous le rideau de palplanches :

Le calcul est généralement mené pour 1 m de longueur d'ouvrage.

Entre les équipotentiels extrêmes ($h = H_1 + H_2$ et $h = 0$), il y a n_h intervalles (ici $n_h = 9$) donc l'intervalle de charge hydraulique Δh entre deux équipotentiels voisines est :

$$\Delta h = \frac{H_1 + H_2}{n_h} = \frac{H}{n_h} \quad (H : \text{perte de charge totale})$$

On en déduit :

$$\Delta q = k \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{H}{n_h}$$

Si n_t est le nombre d'intervalles entre les lignes de courant extrêmes (nombre de tubes de courant, ici $n_t = 5$), le débit total est

$$q = n_t \cdot \Delta q$$

soit :

$$q = k \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{n_t}{n_h} \cdot H$$

Pour un réseau à mailles "carrées" : $a = b$

$$q = k \cdot \frac{n_t}{n_h} \cdot H$$

Calcul de la charge hydraulique, du gradient hydraulique et de la pression interstitielle :

En tout point M du milieu on peut déterminer les valeurs :

- de la charge hydraulique, à partir de la charge à l'entrée du massif (première équipotentielle) diminuée de la perte de charge entre la surface filtrante et le point considéré. Si M n'est pas sur une équipotentielle h_M est déterminée par interpolation linéaire entre les deux équipotentiels voisines.

- du gradient hydraulique, à l'aide de sa relation de définition : $i = \frac{-dh}{dl}$

- de la pression interstitielle. La définition de la charge hydraulique : $h_M = \frac{u_M}{\gamma_w} + z_M$

donne : $u_M = \gamma_w (h_M - z_M)$

3 - 3 - MILIEU ANISOTROPE (ORTHOTROPE)

Dans la réalité, du fait de la sédimentation et de la consolidation suivant la verticale, les perméabilités horizontale k_x et verticale k_z sont différentes : $k_z < k_x$.

L'équation aux dérivées partielles qui régit l'écoulement n'est plus une équation de Laplace.

$$\text{div } \vec{v} = 0 \Rightarrow k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta h \neq 0$$

On se ramène à une équation de Laplace par le changement de variables suivant :

$$\begin{cases} X = \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \cdot x \\ Z = z \end{cases}$$

On a donc :

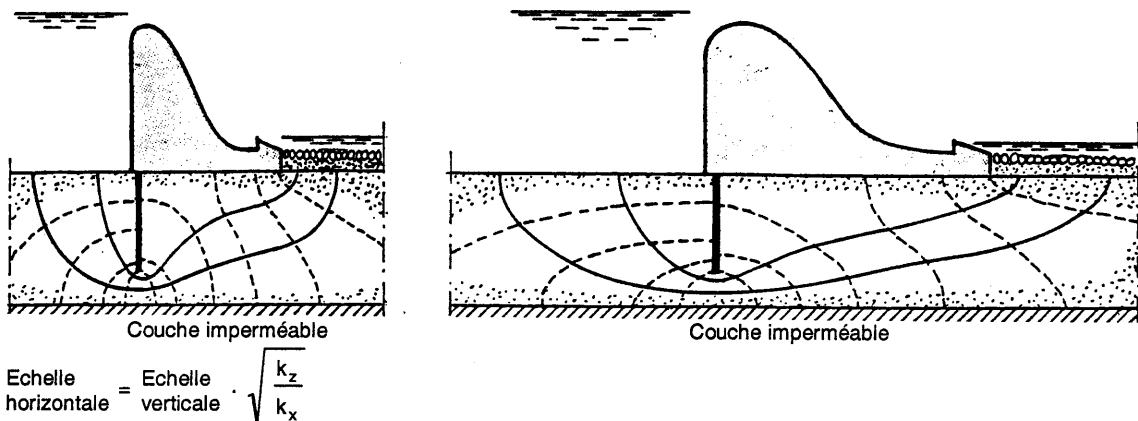
$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial X} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_x}}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial h}{\partial X} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \right) \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} = \frac{\partial^2 h}{\partial X^2} \cdot \frac{k_z}{k_x}$$

$$\text{et } \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial Z^2}$$

La condition de continuité s'écrit donc, après simplification : $\frac{\partial^2 h}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial Z^2} = 0$

Il suffit donc de traiter le problème pour un milieu fictif isotrope, déformé par une affinité d'axe \overrightarrow{Ox} et de rapport $\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}$ (en général < 1 car $k_z < k_x$) puis de construire le réseau d'écoulement de la manière habituelle (fig. 18-a).



a - Milieu fictif déformé isotrope

b - Milieu réel anisotrope ($k_x = 4 k_z$)

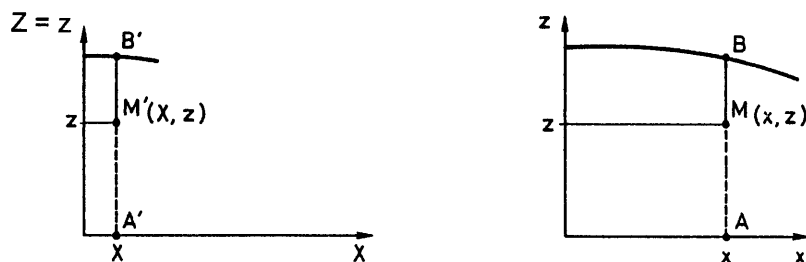
Réseau d'écoulement dans un sol anisotrope

- Figure 18 -

Après avoir tracé le réseau d'écoulement dans le milieu isotrope on revient au milieu réel par la transformation inverse (fig. 18-b). Le réseau d'écoulement réel est alors constitué de familles de courbes qui ne sont plus orthogonales.

Le calcul du débit s'effectue à partir du réseau fictif en utilisant la perméabilité fictive. L'expression du coefficient de perméabilité fictive k est obtenue en écrivant la conservation du débit : le débit dans le milieu fictif est le même que dans le milieu réel.

Supposons tout d'abord l'écoulement limité par AB selon un plan vertical passant par M (fig. 19-b).



a - Milieu fictif déformé isotrope

b - Milieu réel anisotrope

- Figure 19 -

Le débit qui traverse AB est :

$$\text{dans le milieu réel : } q = \int_{z_A}^{z_B} v_x \cdot dz \quad \text{dans le milieu fictif : } q' = \int_{z_{A'}}^{z_{B'}} v_{x'} \cdot dZ \quad \text{avec} \quad \begin{cases} dz = dZ \\ z_A = z_{A'} \\ z_B = z_{B'} \end{cases}$$

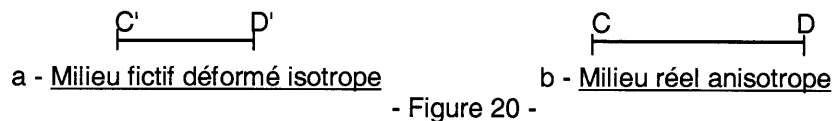
Pour avoir $q = q'$ il faut que $v_x = v_{x'}$

$$\text{milieu réel : } v_x = -k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = -k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial X} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \quad \rightarrow \quad k = k_x \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} = \sqrt{k_x \cdot k_z}$$

$$\text{milieu fictif : } v_{x'} = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial X}$$

$$k = \sqrt{k_x \cdot k_z}$$

Considérons maintenant une section horizontale CD du milieu réel anisotrope, transformée en C'D' du milieu fictif déformé isotrope (fig. 20) : $\overline{C'D'} = \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \overline{CD}$



$$\text{Débit dans le milieu réel : } q = v \cdot S = -k_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \cdot \overline{CD}$$

$$\begin{aligned} \text{Débit dans le milieu fictif : } q' &= -k \cdot \frac{\partial h}{\partial Z} \cdot \overline{C'D'} = -\sqrt{k_x \cdot k_z} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \cdot \overline{C'D'} \\ &= -\sqrt{k_x \cdot k_z} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \cdot \overline{CD} = -k_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \cdot \overline{CD} \end{aligned}$$

On a bien $q = q'$

4 - EFFETS MÉCANIQUES DE L'EAU SUR LES SOLS - INTERACTION FLUIDE-SQUELETTE

4 - 1 - FORCE D'ÉCOULEMENT ET POUSSÉE D'ARCHIMÈDE

Dans une nappe en équilibre hydrostatique, l'action de l'eau sur le squelette solide se réduit à la poussée d'Archimède (II) s'exerçant sur les grains. Mais lorsqu'il y a écoulement, apparaît une perte de charge qui traduit une dissipation d'énergie par frottement visqueux du fluide sur les grains du sol. On voit ainsi apparaître sur les grains du sol, qui s'opposent à l'écoulement de l'eau, des forces dirigées dans le sens de l'écoulement.

Considérons un massif de sol saturé soumis à un écoulement bidimensionnel. L'équation de l'équilibre local s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{div}}(\Sigma) - \overrightarrow{F} = \vec{0} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{F} : \text{force de volume.}$$

En prenant pour repère de référence {O,xz} avec l'axe \vec{OZ} vertical ascendant, on obtient sous forme développée :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma_{\text{sat}} = 0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{F} \quad \begin{cases} X = 0 \\ Y = -\gamma_{\text{sat}} \end{cases}$$

Transformons ces équations de manière à faire apparaître les contraintes effectives⁴ qui s'exercent sur les grains du sol.

⁴ La notion de contrainte effective est précisée dans le chapitre III, au § 1-2

La relation de Terzaghi s'écrit : $\begin{cases} \sigma = \sigma' + u \\ \tau = \tau' \end{cases}$ avec : $u = \gamma_w (h - z)$

d'où $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \gamma_w \frac{\partial (h - z)}{\partial x} = \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial x}$
 et $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial (h - z)}{\partial z} = \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} - \gamma_w$

Les équations de l'équilibre local s'écrivent finalement :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \tau'_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} + (\gamma_{sat} - \gamma_w) = 0 \end{cases}$$

Il en résulte que le squelette du sol est soumis aux forces volumiques suivantes :

a - une force de pesanteur, de composantes $\begin{cases} X_1 = 0 \\ Z_1 = -(\gamma_{sat} - \gamma_w) = -\gamma' \end{cases}$

On voit apparaître ici la poussée d'Archimède (II) (module γ_w , direction verticale ascendante). La force de pesanteur s'exerçant sur le squelette est son poids volumique déjaugé (module $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$, direction verticale descendante).

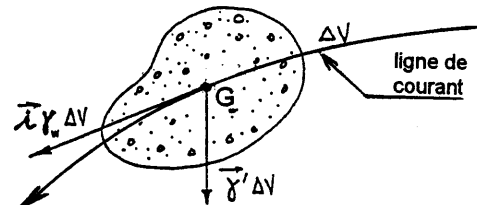
b - une force d'écoulement (ou force de filtration) de composantes $\begin{cases} X_2 = -\gamma_w (\partial h / \partial x) \\ Z_2 = -\gamma_w (\partial h / \partial z) \end{cases}$

Le vecteur gradient hydraulique \vec{i} ayant pour composantes : $-\partial h / \partial x$ et $-\partial h / \partial z$, la force d'écoulement qui s'exerce sur le squelette solide d'un élément de sol de volume unité est donc représentée par le vecteur $\vec{j} = \gamma_w \cdot \vec{i}$

Pour un élément de volume ΔV de sol on écrira donc (fig. 21) :

$$\vec{\Delta F} = \vec{i} \cdot \gamma_w \cdot \Delta V$$

\vec{i} étant le gradient hydraulique au centre de gravité de l'élément de sol considéré.



Force de pesanteur et force d'écoulement

- Figure 21 -

Les forces d'écoulement sont des forces tout à fait analogues aux forces de pesanteur et souvent du même ordre de grandeur. Il convient de ne pas les oublier lors des calculs de stabilité des ouvrages.

- Cas d'un écoulement vertical descendant (axe \vec{OZ} vertical descendant) :
 les composantes des forces de volume sont : $\begin{cases} X = 0 \\ Z = -(\gamma' + \gamma_w) \end{cases}$
- Cas d'un écoulement vertical ascendant (axe \vec{OZ} vertical descendant) :
 les composantes des forces de volume sont : $\begin{cases} X = 0 \\ Z = -(\gamma' - \gamma_w) \end{cases}$

4 - 2 - GRADIENT HYDRAULIQUE CRITIQUE - PHÉNOMÈNES DE BOULANCE ET DE RENARD

4 - 2 - 1 - Cas d'un écoulement vertical ascendant - Boulance

Lorsque l'écoulement est vertical ascendant, le vecteur gradient hydraulique \vec{i} est vertical et dirigé vers le haut. La force d'écoulement s'oppose donc directement à la force de pesanteur. Si le gradient hydraulique est suffisamment élevé la résultante de ces deux forces

est dirigée vers le haut et les grains du sol sont entraînés par l'eau : il y a phénomène de boulance. Le gradient hydraulique critique est le gradient hydraulique pour lequel la résultante de ces forces est nulle.

Sa valeur est donc :

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

Le phénomène de boulance peut provoquer des accidents graves si des constructions sont fondées sur le sol où il se produit, ou si le terrain lui-même fait partie de l'ouvrage : digue ou barrage en terre, fond de fouille, ...

Dans tous les problèmes d'hydraulique des sols, il importe de vérifier que les gradients hydrauliques ascendants réels sont suffisamment inférieurs au gradient critique i_c .

Remarque :

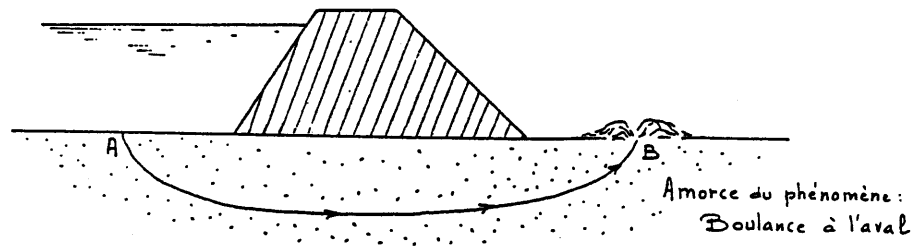
Dans le cas de sables et de graves le gradient hydraulique critique est très voisin de 1.

$$\text{En effet : } \gamma' = (\gamma_s - \gamma_w)(1 - n) \quad \text{donc } i_c = \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1\right)(1 - n)$$

En prenant une porosité de 40% (valeur moyenne pour les sables et les graves) et $\gamma_s = 26,5 \text{ kN/m}^3$, on trouve $i_c \approx 1$.

4 - 2 - 2 - Phénomène de renard

Le phénomène de boulance apparaît dans le cas d'un écoulement vertical ascendant. Dans le cas général d'un écoulement en milieu perméable, l'eau peut atteindre localement des vitesses élevées susceptibles d'entraîner les particules fines du sol. De ce fait, le sol étant rendu localement plus perméable, la vitesse de décharge augmente et le phénomène s'amplifie. Des éléments plus gros vont être entraînés tandis que l'érosion progressera de manière régressive le long d'une ligne de courant. Un conduit se forme par où l'eau s'engouffre et désorganise complètement le sol. C'est le phénomène de renard (fig. 22).



Phénomène de renard

- Figure 22 -

4 - 3 - PROTECTION DES OUVRAGES CONTRE LA BOULANCE : FILTRES

Le phénomène de boulance des sables peut être évité par la réalisation de filtres constitués de couches de matériaux perméables de granulométrie choisie et, maintenant, de nappes textiles appropriées (géotextiles). Ils sont choisis de manière à permettre à l'eau de s'écouler sans entraînement de particules. Par leur poids propre, ils chargent le terrain sous-jacent et y provoquent une augmentation des contraintes effectives.

Leur granulométrie est étudiée de manière à :

- retenir les particules de sol sous-jacent entraînées par l'écoulement (critère de rétention),
- ne pas sensiblement diminuer la perméabilité du sol (critère de perméabilité).

Parmi les diverses règles empiriques relatives à l'exécution des filtres, on retiendra la règle suivante :

- le D_{15} du filtre inférieur à 4,5 fois le D_{85} du terrain à protéger (rétention),
- le D_{15} du filtre supérieur à 4,5 fois le D_{15} du terrain à protéger (perméabilité).

En résumé :

$$4,5 D_{15} (\text{terrain}) \leq D_{15} (\text{filtre}) \leq 4,5 D_{85} (\text{terrain})$$

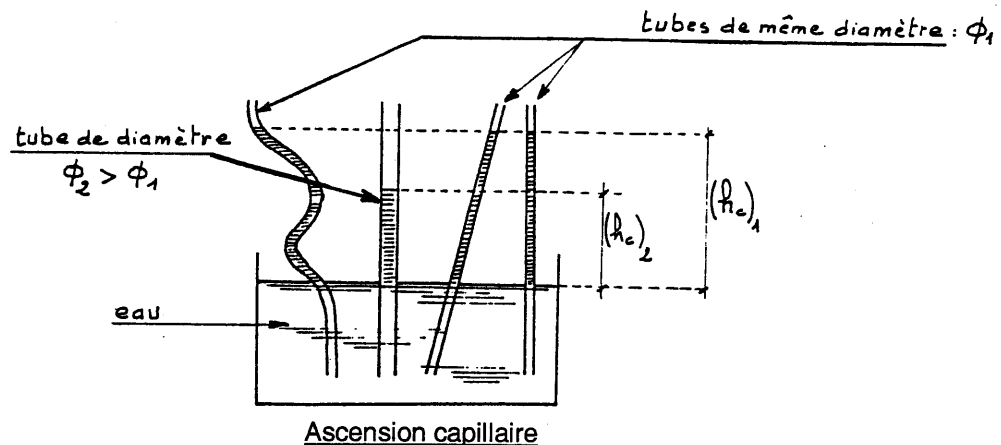
Il faut veiller au délicat problème du colmatage. Si des particules fines sont entraînées puis retenues par le filtre, la perméabilité de ce dernier peut diminuer et ralentir considérablement l'écoulement.

5 - EFFETS DE LA CAPILLARITÉ DANS LES SOLS

Dans les sols non saturés, l'eau s'accroche entre les grains, particulièrement dans les zones voisines des points de contact, par suite des phénomènes de capillarité.

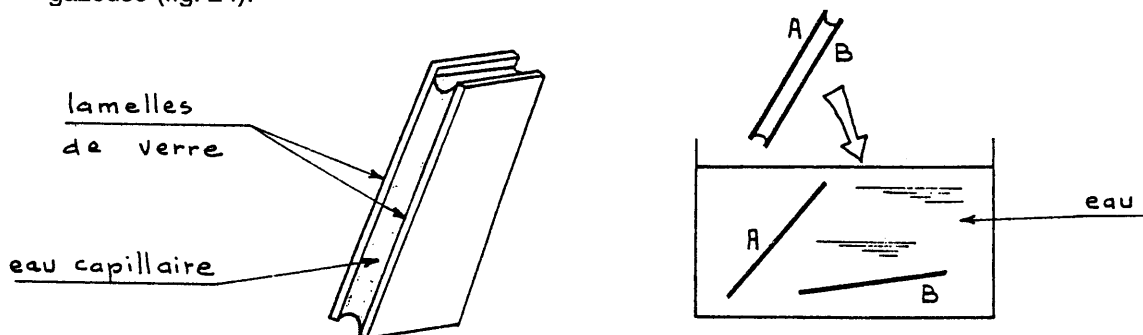
5 - 1 - NOTION DE CAPILLARITÉ

- Si l'on plonge dans un récipient contenant de l'eau des tubes de verre de faible diamètre (tubes capillaires, $d < 3 \text{ mm}$), on observe que l'eau s'élève dans ces tubes d'une hauteur inversement proportionnelle à leur diamètre. Cette hauteur d'ascension capillaire est la même quelle que soit la forme des tubes pour une section donnée (fig. 23).



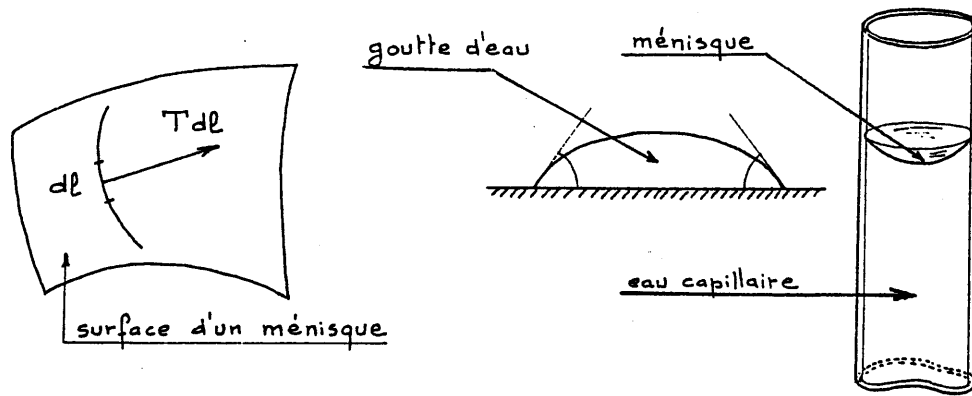
- Figure 23 -

- Si l'on place entre deux fines lames de verre quelques gouttes d'eau, on observe que les deux lames adhèrent l'une à l'autre. Si ces deux lames ainsi "collées" sont plongées dans un récipient d'eau, elles se séparent immédiatement. Cette dernière expérience met en évidence que le phénomène de capillarité n'a lieu qu'en présence des 3 phases : solide, liquide et gazeuse (fig. 24).



- Figure 24 -

- On peut considérer que tout se passe comme si la surface du liquide était une membrane élastique soumise à une tension T appelée tension superficielle. Sur un segment de longueur dl tracé sur la surface du liquide, cette tension se traduit par une force d'intensité $T \cdot dl$ tangente à la surface du liquide et perpendiculaire au segment considéré. L'existence de cette tension a pour conséquence que la surface de séparation liquide-air n'est pas plane, ce qui explique la forme des gouttes d'eau et les ménisques observés dans les tubes de faible diamètre (fig. 25). Bien évidemment, en un point éloigné des parois solides, ces phénomènes disparaissent et la surface de séparation liquide-air est plane.



a - Tension superficielle

b - surface de séparation liquide-air

- Figure 25 -

Considérons un tube de faible diamètre dont la partie inférieure plonge dans l'eau (fig. 26). La colonne d'eau qui se forme est en dépression par rapport à la pression atmosphérique. Entre deux points A et B situés de part et d'autre du ménisque de rayon égal au rayon du tube R, existe une différence de pression Δp .

$$\Delta p = p_{\text{atm}} - p_{\text{eau}} = \gamma_w \cdot h_c$$

(h_c : hauteur d'eau dans le tube).

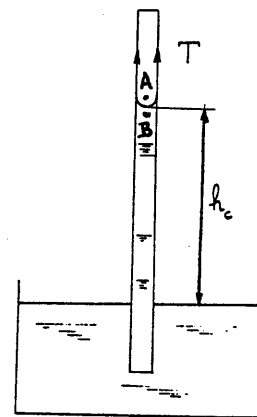
En écrivant que la résultante de la tension superficielle T équilibre le poids de la colonne d'eau dans le tube capillaire parfaitement propre, Jurin obtenait :

$$2 \cdot \pi \cdot R \cdot T = \pi \cdot R^2 \cdot \gamma_w \cdot h_c$$

$$\text{d'où : } h_c = \frac{2T}{\gamma_w \cdot R}$$

T a pour valeur : $8 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$ à 0°C .

La tension T est liée à la température t par la relation : $T = (128 - 0,185 t) \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ avec t en $^\circ\text{K}$ ($T \searrow$ quand $t^\circ \nearrow$)



- Figure 26 -

Application numérique :

$$R = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m} \rightarrow h_c = 1,6 \text{ cm}$$

$$R = 10 \text{ } \mu\text{m} = 10^{-5} \text{ m} \rightarrow h_c = 1,6 \text{ m}$$

$$R = 0,1 \text{ } \mu\text{m} = 10^{-7} \text{ m} \rightarrow h_c = 160 \text{ m}$$

Tenant compte du fait que le ménisque n'est pas tangent au tube lorsqu'il est gras et qu'il existe un angle de raccordement α , la formule de Jurin peut être améliorée et l'on obtient finalement :

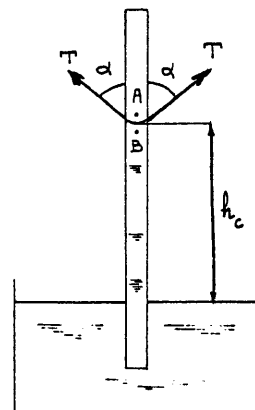
$$h_c = \frac{2T \cos \alpha}{\gamma_w \cdot R} \quad (\text{fig. 27})$$

(si le tube est parfaitement propre, $\alpha = 0$)

Rayon de courbure du ménisque : $\frac{R}{\cos \alpha} > \text{rayon du tube}$

Différence de pression entre A et B :

$$\Delta p = p_{\text{atm}} - p_{\text{eau}} = \gamma_w \cdot h_c = \frac{2T \cos \alpha}{R}$$



- Figure 27 -

5 - 2 - ASCENSION CAPILLAIRE DANS LES SOLS

Les sols sont des milieux à porosité communicante : les interstices entre les grains forment de très petits canaux, de formes et de dimensions variables, en liaison avec l'atmosphère, dans lesquels les phénomènes de capillarité vont apparaître. Le phénomène sera plus marqué dans les sols fins que dans les sols grenus du fait que les capillaires ont un diamètre plus petit.

Frange capillaire - Distribution de la pression interstitielle

Au-dessus de la nappe phréatique, dont le niveau est celui de l'eau dans un tube piézométrique, l'eau peut s'élever par capillarité formant ainsi une frange capillaire d'autant plus importante que les vides du sol sont de petites dimensions.

Directement au-dessus de la nappe la frange capillaire est saturée sur une hauteur h_c et l'eau est en dépression par rapport à la pression atmosphérique :

$$u_c = -\gamma_w \cdot h_c$$

L'ordre de grandeur de h_c est le suivant :

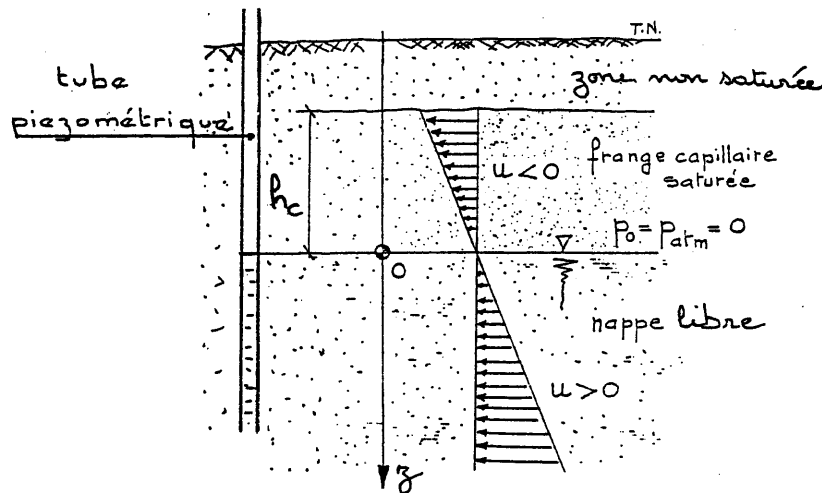
sables grossiers : 10 à 50 cm

sables fins : 50 cm à 2 m

sols argileux : dizaine(s) de mètres

En prenant comme zéro des pressions la pression atmosphérique et en définissant la position d'un élément du sol par sa cote par rapport à la nappe, on aura, aussi bien sous la nappe que dans la zone de saturation capillaire (fig. 28) avec l'axe \vec{Oz} ascendant :

$$u = \gamma_w \cdot z \quad \text{avec : } z > 0 \text{ dans la nappe} \\ z < 0 \text{ au-dessus de la nappe}$$



Exemple de distribution de la pression interstitielle

- Figure 28 -

Dans la frange capillaire saturée la pression interstitielle est négative, les contraintes effectives sont donc plus élevées que les contraintes totales. Les forces de capillarité augmentent ainsi la résistance du sol.

La zone saturée est elle-même surmontée par une zone non saturée dans laquelle l'eau n'est plus continue, seuls les canaux les plus fins sont saturés.

La hauteur d'ascension capillaire dans un sol peut être estimée au moyen de la formule

de Terzaghi : $h_c = \frac{C}{e \cdot D_{10}}$ avec h_c et D_{10} exprimés en cm

e : indice des vides

D_{10} : diamètre efficace

C : constante caractéristique du sol variable de 0,1 à 0,5 cm²

On notera que le produit $e \cdot D_{10}$ représente le diamètre moyen des canaux d'un sol d'indice des vides e , formé de particules identiques de diamètre égal à D_{10}

Application numérique :

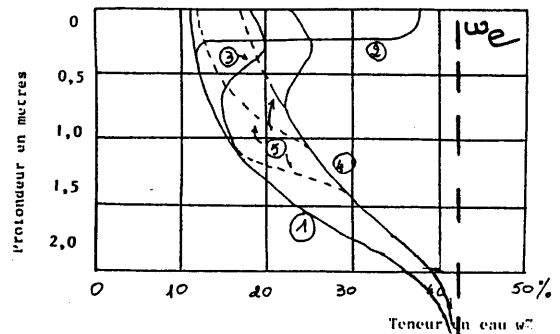
$$\text{sable fin : } e = 0,4 \quad D_{10} = 0,1 \text{ mm} = 0,01 \text{ cm} \quad C = 0,2 \text{ cm}^2 \Rightarrow h_c = \frac{0,2}{0,4 \cdot 0,01} = 50 \text{ cm}$$

5 - 3 - PROFIL HYDRIQUE D'UN SOL

La courbe représentative des teneurs en eau en fonction de la profondeur mesurée à partir de la surface est appelée profil hydrique. La figure 28 en donne un exemple dans différents cas. Sous nos climats, dans la frange capillaire, un flux d'humidité ascendant s'établit d'avril à octobre (sauf cas de très fortes pluies). Le reste de l'année on observe un flux descendant.

A la surface du sol et dans toute la zone où l'air peut circuler, il s'établit une atmosphère de même humidité relative que l'atmosphère extérieure et celle-ci, en fonction de la courbe ci-contre, règle la teneur en eau de la couche superficielle.

Ainsi, si dans les zones superficielles l'atmosphère se dessèche, il en résulte une diminution de w qui provoque, en raison du p_F^s croissant, un flux ascendant d'humidité à partir de la nappe.



w_e : teneur en eau d'équilibre

- 1 : à la fin d'un été sec
- 2 : après une pluie de courte durée
- 3 : après une pluie prolongée
- 4 : ligne d'équilibre d'hiver
- 5 : assèchement progressif à l'approche de l'été

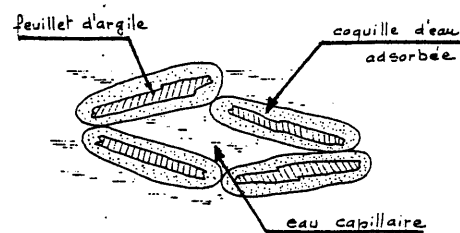
Profil hydrique d'un sol

- Figure 29 -

5 - 4 - COHÉSION DES ARGILES

Dans les sols limoneux fins et les argiles, la cohésion capillaire existe toujours, mais elle se superpose à la cohésion d'adsorption (fig.30). La cohésion d'adsorption se manifeste lorsque les grains sont directement au contact par l'intermédiaire de leur coquille d'eau adsorbée.

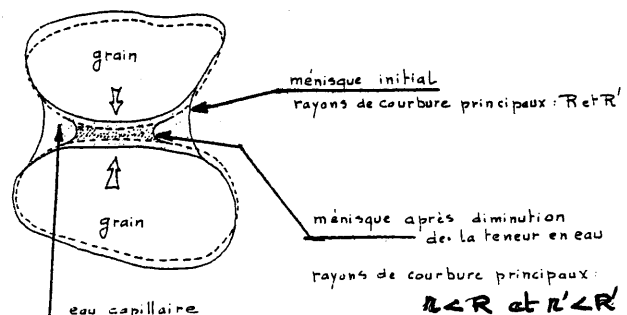
La très forte résistance à la traction de l'eau adsorbée permet la transmission de forces de traction importantes; en général la cohésion d'adsorption est plus importante que la cohésion capillaire.



- Figure 30 -

On peut dire de manière qualitative que dans la phase capillaire le matériau est plastique (au sens d'Atterberg), et que dans la phase d'adsorption il est fragile.

Supposons que le sol soit soumis à dessiccation. L'eau capillaire va s'évaporer dans l'atmosphère, les rayons des ménisques capillaires vont diminuer (fig. 31) et l'on voit d'après la formule de Laplace⁶ qu'il va en résulter une cohésion capillaire plus importante. De plus, comme de nouveaux grains



- Figure 31 -

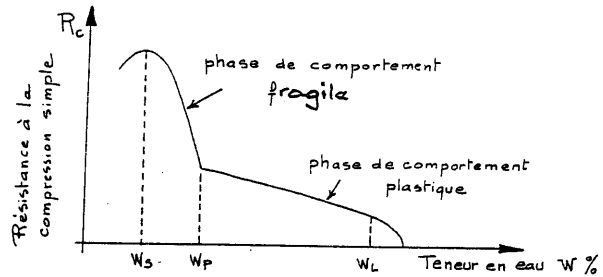
⁵ p_F : valeur du logarithme décimal de la tension d'eau exprimée en centimètres d'eau

⁶ $\Delta p = T \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right)$ avec : $\Delta p = p_{atm} - p_{eau}$ T : tension superficielle

R et R' : rayons de courbure principaux des ménisques.

vont entrer en contact, la cohésion d'adsorption va également augmenter.

La résistance mécanique de l'argile doit donc s'accroître, c'est ce que l'on peut observer sur la courbe de la figure 32 qui montre la variation de la résistance à la compression simple d'un sol fin en fonction de la teneur en eau.



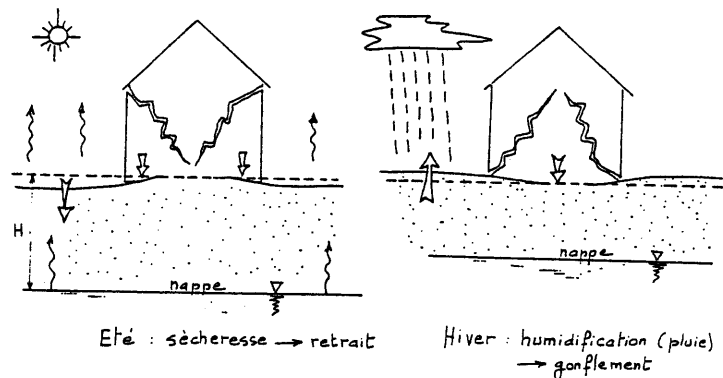
- Figure 32 -

De plus, la contraction du matériau entraîne une diminution de volume souvent accompagnée de fissuration: c'est le phénomène de retrait.

Inversement lorsque l'argile se trouve placée dans une atmosphère humide ou au contact de l'eau (imbibition par la pluie par ex.), les forces capillaires vont diminuer, ce qui va provoquer un gonflement et par ailleurs le complexe d'adsorption va également augmenter en volume ce qui va augmenter ce gonflement.

Dans certains sols, les phénomènes de gonflement peuvent être très importants. On les observera surtout dans les pays semi-arides où les phénomènes d'évaporation sont très importants, mais on les rencontrera parfois dans nos régions à climat continental sous forme moins marquée.

La figure 33 montre le mécanisme des désordres qui apparaissent dans le cas d'une construction fondée sur un sol gonflant. En été le bâtiment repose sur sa partie centrale avec porte à faux des coins. En hiver le phénomène contraire se produit : les coins se soulèvent et il y a porte à faux de la partie centrale.



Fissuration du gros-œuvre d'une structure fondée superficiellement sur sol argileux

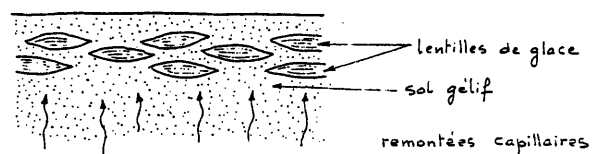
- Figure 33 -

Le remède préventif consiste à fonder à une profondeur suffisante car l'influence des variations d'hygrométrie de l'atmosphère diminue avec la profondeur. On aura également intérêt à augmenter les contraintes en service exercées sur le sol par le bâtiment dans les limites permises par la résistance de l'argile à la teneur en eau considérée et à ossaturer soigneusement la structure sans oublier un chaînage très sérieux des fondations.

5 - 5 - SENSIBILITÉ AU GEL

Généralement les sols imbibés d'eau gèlent sans dommage. Au moment du gel, il se produit un gonflement qui écarte les grains, mais même pour un sol ayant une teneur en eau de 25%, il n'en résulte qu'un gonflement de 2% insignifiant pour un sol. Au dégel, les grains du sol retrouvent leur état initial lorsque la glace se transforme en eau. Mais il existe certains sols, appelés sols gélifs pour lesquels le phénomène est très différent.

Dans de tels sols, on constate l'apparition de lentilles de glace dont on explique la formation par succion capillaire : alors que dans un sol non gélif il y a prise en masse du sol saturé lors du gel, dans le cas de sols gélifs il y a aspiration par capillarité de l'eau de la nappe qui se trouve en général à une profondeur suffisante pour que sa température reste supérieure à 0°C, (on peut démontrer en effet que dans les capillaires il y a un abaissement de la



- Figure 34 -

température de congélation). Au voisinage du sol, l'eau se solidifie constituant des lentilles de glace continuellement alimentées par la nappe (fig. 34).

Au dégel, la structure du sol se trouve détruite et une grande quantité d'eau est libérée. La teneur en eau dépasse alors souvent la limite de liquidité et il y a chute spectaculaire de la résistance mécanique du matériau.

Pour que les lentilles de glace puissent se former, il faut cependant que l'alimentation en eau soit suffisante pendant la période de gel. On conçoit donc que la perméabilité du matériau joue un rôle important : les sols très perméables ne sont pas gélifs : il se prennent en masse; les sols très peu perméables ne sont pas gélifs non plus car la remontée capillaire ne se fait pas assez rapidement.

Dans le cas de chaussées affectées le gel, la mise en place de barrières de dégel permet de minimiser les dégâts par l'interdiction provisoire de la circulation.

ANNEXE 1

CONDITION DE CONTINUITÉ

Considérons un volume quelconque de sol saturé (V), limité par une surface (S) et traversé par un écoulement (fig. 1). Dans un intervalle de temps donné dt, un volume d'eau dV_1 pénètre à l'intérieur de (S) et un volume d'eau dV_2 en sort.

Soit \vec{v} la vitesse de l'eau, ses composantes v_x , v_y et v_z sont fonction des coordonnées du point considéré.

Le volume d'eau dV traversant l'élément de surface dS , de normale sortante \vec{n} , pendant l'intervalle de temps dt, est (fig. 1) :

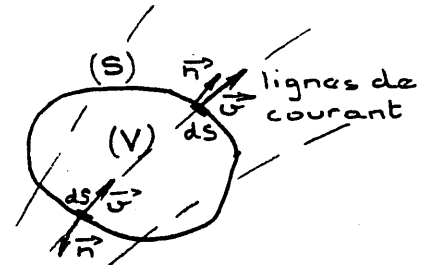
$$dV = \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS \cdot dt$$

$$dV < 0 \Leftrightarrow \text{l'eau pénètre à l'intérieur de (S)}$$

$$dV > 0 \Leftrightarrow \text{l'eau sort de (S)}$$

La condition de continuité s'écrit :

$$dV_1 - dV_2 = 0 \Leftrightarrow dt \cdot \oint_S \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0$$



- Figure 1 -

La relation d'Ostrogradsky s'écrit :

$$\oint_S \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS = \oint_V \text{div } \vec{v} \cdot dV \quad (\text{quel que soit } V)$$

$$\text{d'où : } \oint_V \text{div } \vec{v} \cdot dV = 0$$

Vérifié pour tout volume donc pour tout volume élémentaire $\Rightarrow \text{div } \vec{v} \cdot dV = 0$

La condition de continuité s'écrit donc, après simplification :

$$\text{div } \vec{v} = 0$$

ANNEXE 2

DÉBIT DE POMPAGE - DÉMONSTRATION DE TCHARNY

L'hypothèse de Dupuit concernant la pente de la surface libre supposée faible n'est plus nécessaire.

Hypothèses :

- sol homogène et isotrope,
- eau et sol incompressibles,
- régime permanent laminaire,
- loi de Darcy applicable,
- écoulement de révolution,
- débit pompé prélevé à l'extérieur de la zone d'action du pompage,
(alimentation à travers un cylindre de rayon R correspondant à la distance où le rabattement est nul),
- existence d'une zone de résurgence dans le puits, de hauteur $h' - h$ (dont on ne tient pas compte dans la démonstration de Dupuit).

Soit : $\phi(x,y) = -k \left(\frac{u}{\gamma_w} + y \right)$

et sa composante horizontale est : $v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}$

$$dq = -2\pi \cdot x \cdot dy \cdot v_x = -2\pi \cdot x \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot dy \quad (- \text{ parce que } x \text{ et } v_x \text{ de signes opposés})$$
$$q = \int_0^z dq = -2 \cdot \pi \cdot \int_0^z x \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot dy = -2 \cdot \pi \cdot \int_0^z \frac{\partial \phi}{\partial \ln x} dy$$

En utilisant la règle de Leibnitz⁸, il vient :
$$\frac{d}{d \ln x} \int_0^z \phi(x,y) dy = \int_0^z \frac{\partial \phi}{\partial \ln x} dy + \phi(x,z) \frac{dz}{d \ln x}$$

$$\Rightarrow \int_0^z \frac{\partial \phi}{\partial \ln x} dy = \frac{d}{d \ln x} \int_0^z \phi(x, y) dy - \phi(x, z) \frac{dz}{d \ln x}$$

$$\text{d'où : } q = -2 \cdot \pi \cdot \left[\frac{d}{d \ln x} \int_0^z \phi(x, y) dy - \phi(x, z) \frac{dz}{d \ln x} \right]$$

⁷ h* car h représente ici la hauteur de l'eau dans le puits

Soit l'intégrale $\phi(\alpha) = \int_{u_1}^{u_2} f_{(x,\alpha)} dx$ $a \leq \alpha \leq b$ où u_1 et u_2 peuvent dépendre du paramètre α .

Alors $\frac{d\phi}{d\alpha} = \int_{u_1}^{u_2} \frac{\partial f}{\partial \alpha} dx + f(u_2, \alpha) \frac{du_2}{d\alpha} - f(u_1, \alpha) \frac{du_1}{d\alpha}$ pour $a \leq \alpha \leq b$ si $f(x, \alpha)$ et $\partial f / \partial \alpha$ sont continues en x et α et si

Si u_1 et u_2 sont constantes, les deux derniers termes de l'équation sont nuls.

$$\text{En posant } I(x) = \int_0^z \phi_{(x,y)} dy \text{ il vient : } q.d \ln x = - 2. \pi (dI + k.z.dz) \quad (1)$$

I est inconnue sauf pour $x = r$ et pour $x = R$ car les conditions aux limites donnent :

$$x = r \quad 0 \leq y \leq h \quad \phi_{(r,y)} = - k \left[\frac{(h-y)\gamma_w}{\gamma_w} + y \right] = - kh$$

$$x = r \quad h \leq y \leq h' \quad \phi_{(r,y)} = - k [0 + y] = - ky$$

$$x = R \quad \phi_{(R,y)} = - k \left[\frac{(H-y)\gamma_w}{\gamma_w} + y \right] = - kH$$

En intégrant l'équation différentielle (1) entre r et R , il vient :

$$q \ln \frac{R}{r} = - 2. \pi \left[I_{(R)} - I_{(r)} + \int_{h'}^H kz dz \right]$$

$$I_{(R)} = \int_0^H - kH dy = - k H^2$$

$$I_{(r)} = \int_0^h - kh dy + \int_h^{h'} - ky dy = - k h^2 - k \frac{h'^2 - h^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{d'où : } q \ln \frac{R}{r} &= - 2. \pi \left[- k H^2 + k h^2 + k \frac{h'^2 - h^2}{2} + \frac{k}{2} (H^2 - h'^2) \right] \\ &= - 2. \pi \left[- k H^2 + k h^2 + k \frac{h'^2}{2} - k \frac{h^2}{2} + k \frac{H^2}{2} - k \frac{h'^2}{2} \right] \\ &= - 2. \pi \left[- k \frac{H^2}{2} + k \frac{h^2}{2} \right] = \pi. k (H^2 - h^2) \end{aligned}$$

d'où :

$$q = \pi. k. \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r}}$$

On retrouve bien la formule de Dupuit mais h désigne maintenant la hauteur d'eau dans le puits alors que h' , qui représente la hauteur d'eau dans le terrain, n'intervient pas.

LA DÉFORMATION DES SOLS

Sous l'action des charges appliquées, il se développe dans les sols des contraintes qui entraînent des déformations. Les déplacements verticaux vers le bas sont appelés tassements. Dans la plupart des cas la surface du sol est horizontale et les charges appliquées sont verticales; les tassements sont donc les déplacements prépondérants.

Si les tassements uniformes peuvent être gênants lorsqu'ils sont trop importants, les tassements différentiels sont redoutables car ils peuvent créer des désordres graves : basculement, voire renversement des constructions, augmentation importante des efforts dans les structures hyperstatiques.

Le tassement est dû à la compressibilité du sol c'est à dire au fait qu'il peut diminuer de volume.

La compressibilité du sol résulte de :

- la compression de l'air qui remplit des vides. L'eau est supposée incompressible. L'air, très compressible, provoquera un tassement quasiment instantané.
- l'évacuation de l'eau contenue dans les vides. C'est la consolidation primaire, elle produit le tassement le plus important : le sol subit une diminution de volume correspondant au volume d'eau expulsée (le sol est supposé saturé).
- la compression du squelette solide. C'est la consolidation secondaire, elle correspond au tassement des grains qui s'arrangent entr'eux de façon à occuper un volume plus réduit. Il se produit un fluage dû au déplacement des couches adsorbées.

Le tassement total final d'un sol, $s_{t\infty}$, a donc trois composantes :

$$s_{t\infty} = s_i + s_p + s_s$$

avec : s_i : tassement immédiat,

s_p : tassement de consolidation primaire,

s_s : tassement de consolidation secondaire.

1 - CONTRAINTES DANS LES SOLS

1 - 1 - CONTRAINTE TOTALE

Soit un massif de sol fin saturé, homogène et isotrope. Si on considère le sol de manière globale (sans distinguer la phase solide et la phase liquide) on peut assimiler le sol à un milieu continu et étudier les contraintes qui s'exercent sur une facette donnée en un point donné de ce massif, les contraintes sont alors appelées contraintes totales.

Le tenseur des contraintes ainsi défini ne permet pas d'étudier complètement le comportement du sol (la compressibilité, le cisaillement, ...). En effet les deux phases du sol - grains solides et eau - n'obéissent pas à la même loi de comportement.

1 - 2 - CONTRAINTE EFFECTIVE - POSTULAT DE TERZAGHI

L'idée de séparer les contraintes pour chaque phase revient à Terzaghi qui a postulé l'existence d'un nouveau tenseur des contraintes, le tenseur des contraintes effectives qui gouverne le comportement du squelette granulaire seul.

Notation : - composantes de la contrainte totale : σ, τ .
- composantes de la contrainte effective : σ', τ' .

Contraintes effectives et contraintes totales sont liées par les relations :

$$\begin{aligned}\sigma' &= \sigma - u \\ \tau' &= \tau\end{aligned}$$

De nombreuses études ont confirmé la validité de ces relations pour les sols saturés, tant pulvérulents que cohérents.

L'état du squelette est caractérisé par une matrice $(\Sigma')_s$ de la forme :

$$(\Sigma')_s = \begin{pmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{pmatrix}$$

L'état de l'eau est caractérisé par une matrice $(\Sigma)_w$ de la forme :

$$(\Sigma)_w = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{pmatrix}$$

Dans le cas général tous les termes sont des fonctions des coordonnées x, y et z.

Remarques :

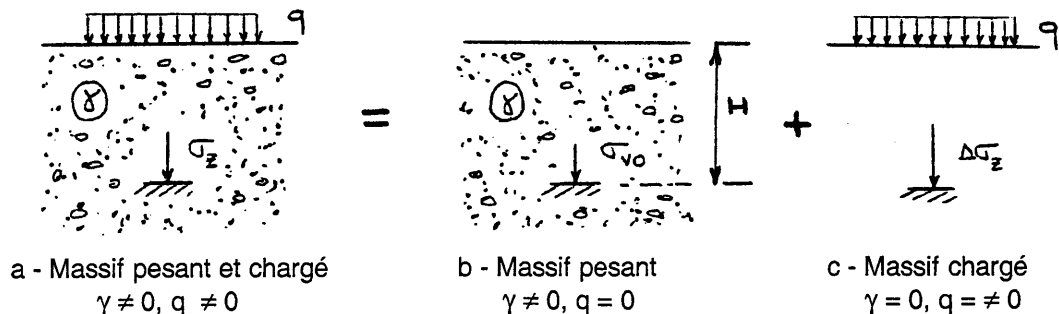
1. Les contraintes sont calculées en prenant pour origine des pressions la pression atmosphérique.
2. La contrainte effective ne représente pas les efforts réels entre les grains qui sont ponctuels mais une valeur moyenne.
3. Dans les sols secs les contraintes effectives sont identiques aux contraintes totales.

1 - 3 - CONTRAINTE RÉELLE - PRINCIPE DE SUPERPOSITION

Le sol est assimilé à un milieu semi-infini élastique à surface horizontale. Le calcul des contraintes dans un massif pesant et chargé est basé sur l'utilisation du principe de superposition¹. Ce dernier résulte de l'hypothèse sur la loi de comportement du sol : élastique linéaire.

La contrainte réelle s'exerçant à la profondeur z sur une facette horizontale, σ_z , est égale à la somme de la contrainte naturelle σ_{v0} , due au poids du sol sus-jacent et de la contrainte due aux surcharges $\Delta\sigma_z$ (fig. 1) :

$$\sigma_z = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_z$$



Principe de superposition

- Figure 1 -

1 - 4 - CONTRAINTE NATURELLE OU GÉOSTATIQUE : σ_{v0}

On appelle contrainte naturelle (ou géostatique) la contrainte s'exerçant dans un sol à surface libre horizontale, sur une facette horizontale, avant tout chargement; elle correspond

¹ Principe de superposition : Dans le domaine élastique linéaire, l'effet produit par l'action simultanée de plusieurs forces est égal à la somme de ceux produits par chacune des forces agissant séparément.

généralement au poids des terres qui surmontent le point considéré. La facette considérée ayant sa normale verticale, la contrainte normale correspondante est notée : σ_{y0} .

1 - 4 - 1 - Sol homogène à surface inclinée (fig. 2)

Massif considéré : - milieu semi-infini à surface libre inclinée

(demi-plan inférieur, angle β sur l'horizontale),

- poids volumique du sol homogène : γ constant (indépendant de x et y)

• Prenons le repère de référence direct : $\{O, xy\}$ (\vec{Ox} dirigé suivant le sens de la pente)

Nous allons déterminer la contrainte $\vec{T}(M, \vec{j})$ s'exerçant en M sur une facette parallèle à la surface du sol.

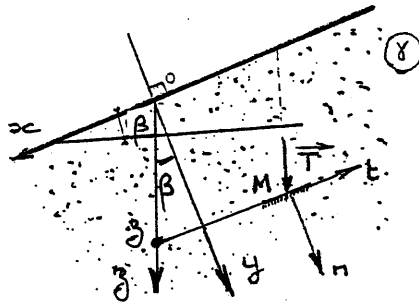
Le tenseur des contraintes $(\Sigma) = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{pmatrix}$ est indépendant de $x \Rightarrow$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial \sigma_y}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0$$

L'équation de l'équilibre local : $\vec{\text{div}}(\Sigma) - \vec{F} = \vec{0}$ s'écrit ici, sous forme développée :

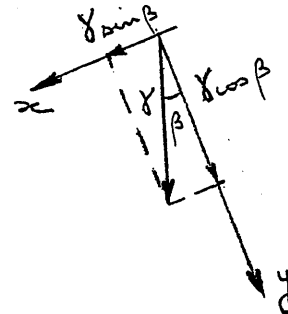
$$\begin{cases} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \gamma \cdot \sin \beta = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \gamma \cdot \cos \beta = 0 \end{cases} \quad \text{avec } \vec{F} \begin{cases} X = + \gamma \cdot \sin \beta \\ Y = + \gamma \cdot \cos \beta \end{cases} \quad (\text{fig. 4})$$

d'où : $\tau_{xy} = \gamma \cdot y \cdot \sin \beta + k_1$ et $\sigma_y = \gamma \cdot y \cdot \cos \beta + k_2$



Sol homogène à surface inclinée

- Figure 2 -



Composantes de la force de volume

- Figure 3 -

Les constantes k_1 et k_2 sont déterminées par les conditions aux limites (contrainte nulle en surface).

$$\text{pour } y = 0 \quad \vec{n} \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 1 \end{cases} \quad \text{et } \vec{F} \begin{cases} \bar{X} = 0 \\ \bar{Y} = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} \alpha \cdot \sigma_x + \beta \cdot \tau_{xy} &= 0 \rightarrow \tau_{xy} = 0 \rightarrow k_1 = 0 \\ \alpha \cdot \tau_{xy} + \beta \cdot \sigma_y &= 0 \rightarrow \sigma_y = 0 \rightarrow k_2 = 0 \end{aligned}$$

d'où : $\sigma_y = \gamma \cdot y \cdot \cos \beta$ et $\tau_{xy} = \gamma \cdot y \cdot \sin \beta$

Le tenseur des contraintes s'écrit : $(\Sigma) = \begin{pmatrix} f(y) & \gamma \cdot y \cdot \sin \beta \\ \gamma \cdot y \cdot \sin \beta & \gamma \cdot y \cdot \cos \beta \end{pmatrix}$

La composante $\sigma_x = f(y)$ est déterminée à l'aide de la loi de comportement.

La contrainte qui s'exerce en M sur une facette parallèle à la pente, $\vec{T}(M, \vec{j})$, a pour composantes $\gamma \cdot y \cdot \sin \beta$ et $\gamma \cdot y \cdot \cos \beta$, elle est donc verticale, dirigée vers le bas. Elle a pour intensité : $T = \gamma \cdot y$

• Si on définit \vec{Oz} vertical descendant : on a : $y = z \cdot \cos \beta$ ce qui conduit à :

$$\sigma_y = \gamma \cdot z \cdot \cos^2 \beta$$

et

$$\tau_{xy} = \gamma \cdot z \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta$$

La contrainte qui s'exerce en M sur une facette parallèle à la pente, $\bar{T}(M, \bar{j})$, est verticale, dirigée vers le bas.

Elle a pour intensité :

$$T = \gamma \cdot z \cdot \cos \beta$$

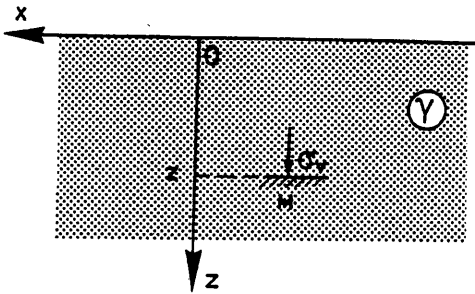
1 - 4 - 2 - Sol homogène à surface horizontale (fig. 4)

Il s'agit d'un cas particulier de la situation précédente : $\beta = 0$

Massif considéré :

- milieu semi-infini à surface horizontale libre
- poids volumique du sol homogène : γ constant

Le tenseur des contraintes s'écrit : $(\Sigma) = \begin{pmatrix} f(z) & 0 \\ 0 & \gamma \cdot z \end{pmatrix}$



Sol homogène à surface horizontale

- Figure 4 -

La composante $\sigma_x = f(z)$ ne peut être obtenue à l'aide des équations de l'équilibre. Pour la déterminer il faut connaître la loi de comportement du matériau qui est déterminée expérimentalement.

La contrainte qui s'exerce en M sur une facette horizontale, $\bar{T}(M, \bar{k})$, est verticale, dirigée vers le bas.

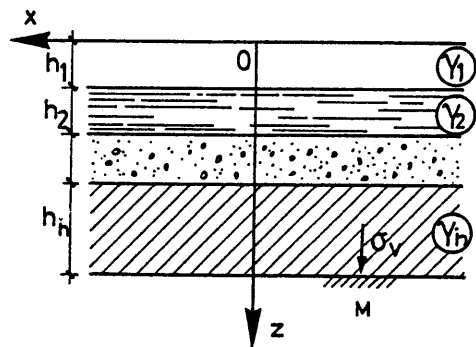
Elle a pour intensité :

$$T = \sigma_z = \sigma_{v0} = \gamma \cdot z$$

1 - 4 - 3 - Sol stratifié à surface horizontale (fig. 5)

Dans le cas d'un terrain constitué de plusieurs couches de sol horizontales d'épaisseur h_i et de poids volumique γ_i , la contrainte qui s'exerce sur une facette horizontale au niveau de la face inférieure de la couche n a pour expression :

$$\sigma_z = \sigma_{v0} = \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i$$



Sol stratifié à surface horizontale

- Figure 5 -

1 - 4 - 4 - Sol inondé à surface horizontale (fig. 6)

Massif considéré : - milieu semi-infini à surface horizontale

- poids volumique du sol saturé homogène : γ_{sat} constant
- nappe phréatique au repos (état hydrostatique).

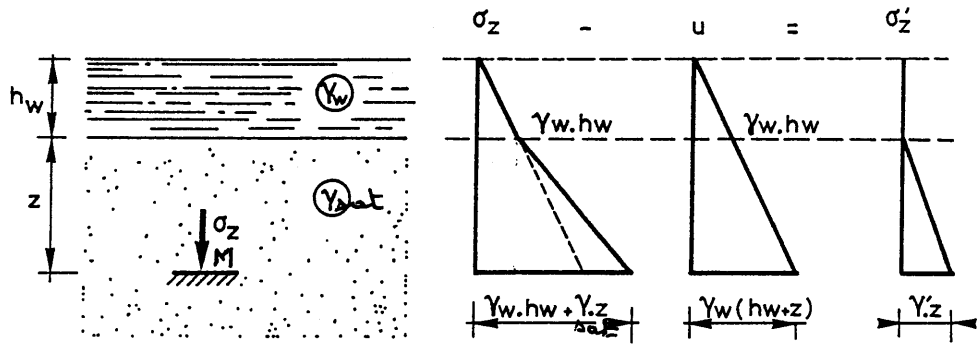
En M, à la profondeur z comptée à partir de la surface du terrain :

la contrainte totale verticale a pour valeur : $\sigma_{zM} = \sigma_{v0} = \gamma_w \cdot h_w + \gamma_{sat} \cdot z$

la pression interstitielle a pour valeur : $u_M = \gamma_w \cdot (h_w + z)$

la contrainte effective verticale a pour valeur : $\sigma'_{zM} = \sigma'_{v0} = \sigma_z - u = (\gamma_{sat} - \gamma_w) \cdot z = \gamma' \cdot z$

On constate que σ'_z est indépendant de h_w .



Sol inondé à surface horizontale

- Figure 6 -

1 - 5 - CONTRAINTE DUE AUX SURCHARGES : $\Delta\sigma_z$

Si le sol est soumis à sa surface à un chargement uniforme d'intensité q sur une grande étendue, la contrainte $\Delta\sigma_z$ due à q , à la profondeur z , est constante et égale à q .

Dans le cas contraire, la contrainte $\Delta\sigma_z$ est calculée par la théorie de l'élasticité. Le sol est considéré comme un milieu semi-infini, limité par un plan horizontal, élastique et non pesant. Cette situation est étudiée dans le paragraphe suivant.

2 - CALCUL DES CONTRAINTES DUES AUX SURCHARGES

2 - 1 - DÉTERMINATION DES SURCHARGES

Soit q_0 la surcharge apportée par une fondation; pour la construire il a fallu excaver le sol sur une profondeur D et donc supprimer une contrainte naturelle σ_{v0} égale à $\gamma \cdot D$. La surcharge apportée par la construction de la fondation, à prendre en compte dans les calculs, est donc : $q = q_0 - \gamma \cdot D$.

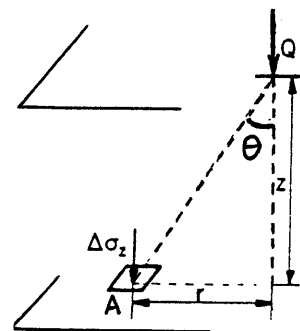
Dans les calculs de fondations superficielles les profondeurs sont souvent comptées à partir du niveau de la semelle et non à partir de la surface du sol.

2 - 2 - CAS D'UNE CHARGE CONCENTRÉE : Q - RELATIONS DE BOUSSINESQ

Boussinesq a développé une théorie permettant de déterminer le tenseur des contraintes en un point situé à la profondeur z dans un milieu semi-infini, élastique, non pesant, chargé par une force ponctuelle verticale Q (fig. 7). Les composantes de la contrainte s'exerçant sur une facette horizontale ont pour expression :

$$\Delta\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{1}{z^2} \cdot \cos^5\theta$$

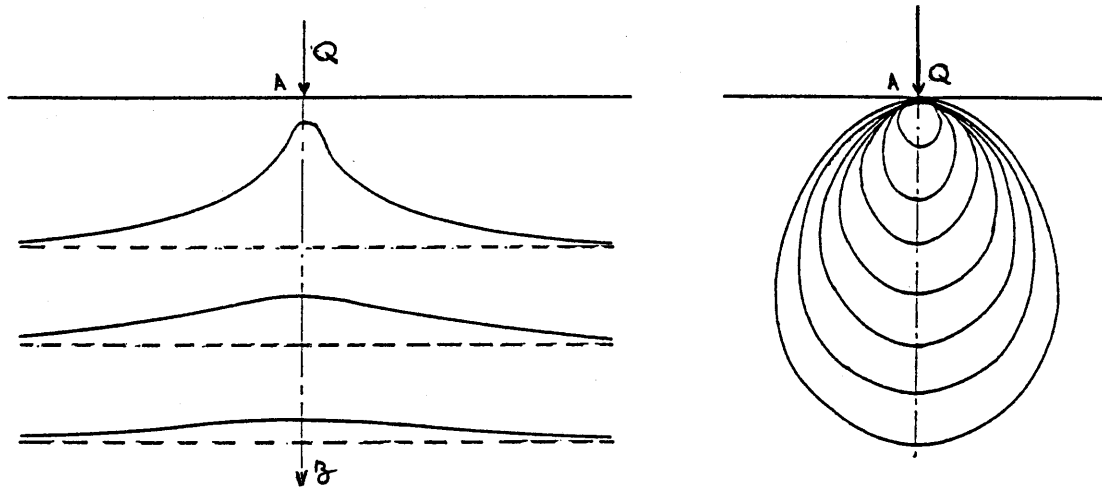
$$\Delta\tau_{zr} = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^2 \cdot r}{(r^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{r}{z^3} \cdot \cos^5\theta$$



- Figure 7 -

Pour mieux saisir la répartition dans le sol des contraintes dues à une charge concentrée Q on peut considérer :

- la distribution des contraintes verticales $\Delta\sigma_z$ suivant des plans horizontaux ($z = c^{ste}$) (fig. 8-a)
- les courbes d'égale contrainte verticale ($\Delta\sigma_z = c^{ste}$). On obtient une famille de courbes constituant le "bulbe des contraintes" (fig. 8-b).



- a - suivant des plans horizontaux
- b - bulbe des contraintes
Distribution des contraintes dues à une charge concentrée

- Figure 8 -

2 - 3 - CAS D'UNE CHARGE RÉPARTIE : q

2 - 3 - 1 - Principe de calcul

Considérons une surcharge répartie d'intensité q s'exerçant sur une aire (S) à la surface du milieu élastique non pesant. L'intégration de la formule de Boussinesq permet de déterminer la contrainte verticale $\Delta\sigma_z$ pour différentes distributions de charges (fig. 9).

La force élémentaire $dQ = q \cdot dS$ provoque à la profondeur z et à la distance r , une contrainte $d(\Delta\sigma_z)$:

$$d(\Delta\sigma_z) = \frac{3q dS}{2\pi} \frac{1}{z^2} \cos^5\theta$$

$$\Delta\sigma_z = \int d(\Delta\sigma) \quad \text{d'où :}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{3}{2\pi z^2} \iint_{(S)} q \cos^5\theta dS$$

Cette intégration a été faite pour tous les types usuels de chargement (fondations ou remblais) et se présente soit sous forme de formules dans les cas simples, soit sous forme d'abaques.

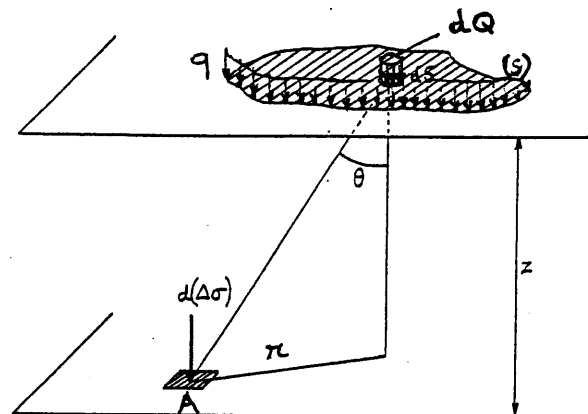
D'une façon générale, la contrainte $\Delta\sigma_z$, s'exerçant sur une facette horizontale, résultant de l'action d'une charge verticale uniformément répartie d'intensité q est donnée par la relation

$$\Delta\sigma_z = I \cdot q$$

I est un nombre sans dimension, inférieur à 1, appelé coefficient d'influence. Il est fonction de

- la profondeur z ,
- la forme et de la dimension de l'aire chargée,
- l'écartement du point A considéré par rapport au centre de gravité de l'aire chargée.

Dans la pratique I est en général déterminé à l'aide d'abaques établis pour des géométries données de chargement.



Cas d'une charge répartie

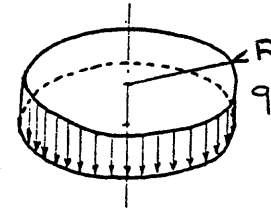
- Figure 9 -

2 - 3 - 2 - Charge uniforme circulaire

Dans l'axe d'une charge circulaire uniforme de rayon R , à la profondeur z , on a (fig. 10) :

$$I = 1 - \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2} \right]^{3/2}$$

Cette formule est parfois présentée sous forme d'abaque.



Charge uniforme circulaire

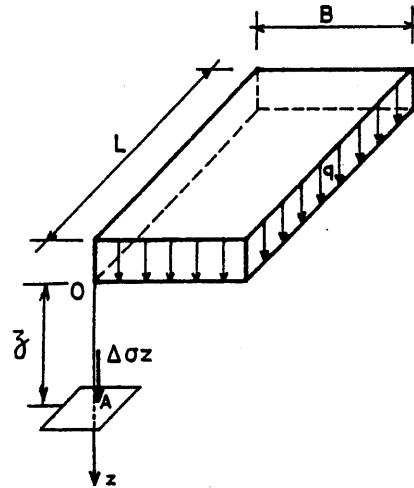
- Figure 10 -

2 - 3 - 3 - Charge uniforme rectangulaire

L'abaque de Steinbrenner (cf. annexe 1) permet de calculer $\Delta\sigma_z$ s'exerçant sur une face horizontale à la profondeur z sous un angle de l'aire chargée (fig. 11).

Pour une semelle de longueur L et de largeur B , l'abaque donne I en fonction de L/z pour différentes valeurs de B/z .

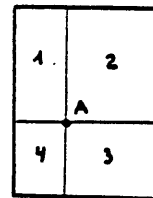
L et B sont interchangeables.



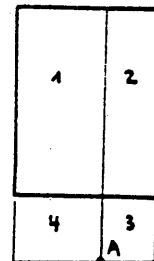
- Figure 11 -

Généralisation :

La contrainte à la verticale d'un point quelconque A s'obtient en définissant, à partir du rectangle effectivement chargé et du point considéré, quatre rectangles ayant chacun un angle à la verticale du point A. Le coefficient d'influence total, à la verticale de A, est obtenu par application du principe de superposition en faisant la somme algébrique des coefficients d'influence de chacun des rectangles (fig. 12).



- a -



- b -

- Figure 12 -

- La verticale passant par A traverse la zone chargée (fig. 12-a) : $I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$
- La verticale passant par A ne traverse pas la zone chargée (fig. 12-b) : $I = I_1 + I_2 - I_3 - I_4$

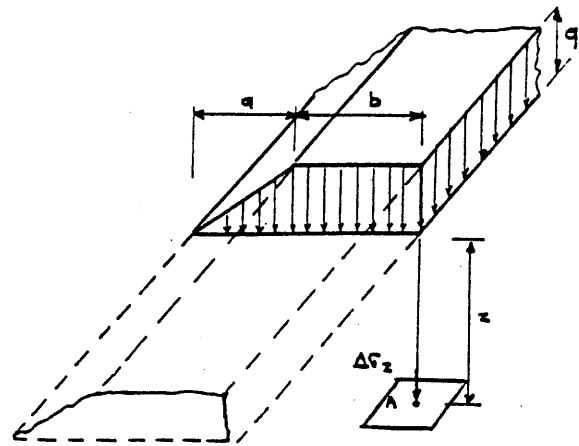
Remarque : Le principe de superposition est applicable à tous les types d'abaques.

2 - 3 - 4 - Charge uniforme répartie sur une surface de forme quelconque

On peut alors utiliser l'abaque de Newmark (cf. annexe 2).

2 - 3 - 5 - Charge trapézoïdale (en forme de remblai avec talus) de longueur infinie

L'abaque d'Österberg (cf. annexe 3) permet de calculer $\Delta\sigma_z$ s'exerçant sur une facette horizontale à la profondeur z sous le bord de l'aire chargée, en fonction des paramètres a/z et b/z (fig. 13).



- Figure 13 -

2 - 3 - 6 - Charge triangulaire (en forme de talus), de longueur b .

L'abaque de Fadum (cf. annexe 4) donne I dans le cas d'une charge triangulaire répartie sur un rectangle de côtés a et b en fonction des paramètres a/z et b/z . Le point considéré est sous un angle de l'aire chargée.

Remarque : Le cas d'une charge uniforme de longueur infinie et l'étude de la distribution simplifiée des contraintes sont donnés en annexe 5.

3 - COMPRESSIBILITÉ DES SOLS

3 - 1 - HYPOTHÈSE

L'hypothèse fondamentale consiste à admettre qu'il n'y a pas de déformation horizontale, le sol étant en quelque sorte bloqué par le sol environnant (état K_0). L'eau et les grains étant incompressibles, les déformations ne peuvent provenir que du mouvement des grains entr'eux. La loi de comportement est déterminée expérimentalement à l'aide d'un œdomètre.

3 - 2 - L'ŒDOMÈTRE

L'appareil comprend une cellule et un bâti de chargement.

- La cellule : L'échantillon de sol à étudié, saturé, de forme cylindrique (section S , hauteur H_0) est placé, entre deux pierres poreuses saturées, dans la cellule (moule métallique rigide) de même diamètre intérieur que l'échantillon (fig. 14).

- Le bâti de chargement : Il permet d'appliquer sur le piston reposant sur la pierre poreuse supérieure une charge constante Q et de la maintenir constante le temps voulu.

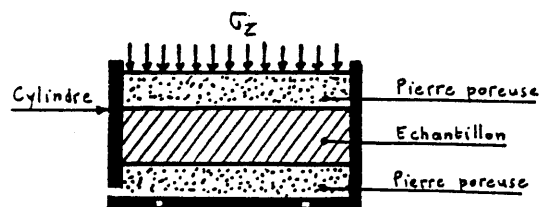
On impose ainsi à l'échantillon :

- une contrainte totale verticale constante

$$\sigma_z = \frac{Q}{S} \text{ (contrainte principale),}$$

- des déformations radiales nulles ($\epsilon_x = \epsilon_y = 0$).

Le système de drainage permet à l'eau de s'évacuer de l'échantillon suivant des trajets verticaux ascendant et descendant symétriques, tout en permettant au sol de rester saturé.



Cellule œdométrique

- Figure 14 -

La dissipation des surpressions interstitielles qui résulte du drainage permet d'imposer au sol, si on attend suffisamment longtemps, une contrainte effective σ'_z égale à la contrainte appliquée σ_z . Des comparateurs permettent de mesurer le tassement ΔH correspondant et

donc de calculer la déformation axiale $\epsilon_z = \frac{\Delta H}{H_0}$.

Dans la pratique courante, on double la charge Q toutes les 24 heures.

Compte tenu de la faible épaisseur des échantillons (12 ou 24 mm), les surpressions interstitielles sont généralement dissipées et on a bien $\sigma'_z = \sigma_z$.

L'essai fournit deux types de courbes :

- une courbe de compressibilité : $(e - \lg \sigma'_z)$ (fig. 15).
- des courbes de consolidation : $(\varepsilon_z - \lg t)$. On peut tracer une courbe de ce type pour chaque valeur de la contrainte appliquée σ_z , c'est à dire pour chaque palier de chargement (fig. 19).

3 - 3 - COURBE DE COMPRESSIBILITÉ

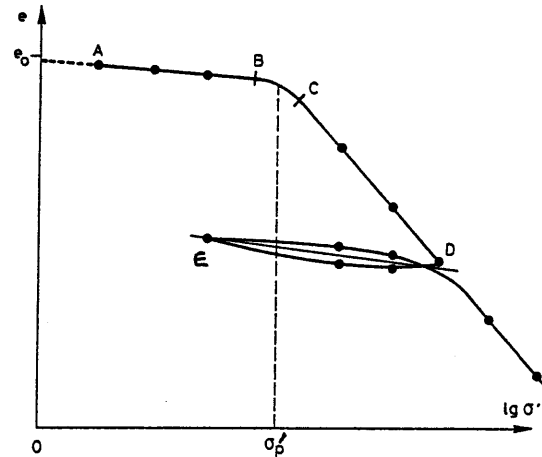
On mesure le tassement final (en général 24 heures après l'application de la charge) ΔH_i pour chaque valeur de σ_z .

A partir d'un état initial connu e_0 et H_0 , la relation $\frac{\Delta H_i}{H_0} = \frac{\Delta e_i}{1 + e_0}$ permet de calculer la valeur de Δe_i pour toutes les valeurs de ΔH_i (c'est à dire toutes les valeurs de σ'_z) :

$$\Delta e_i = \frac{1 + e_0}{H_0} \cdot \Delta H_i \quad e_i = e_0 - \Delta e_i$$

On trace alors la courbe de compressibilité $(e - \lg \sigma'_z)$. Elle présente deux parties rectilignes reliées par un arc (fig. 13).

Après avoir atteint la charge maximale souhaitée (point D), on peut opérer un cycle déchargement-rechargement.



Courbe de compressibilité

- Figure 15 -

On observe que :

- les segments AB et ED sont sensiblement parallèles,
- au-delà de D la partie rectiligne est dans le prolongement de CD (même pente).

3 - 4 - PHÉNOMÈNE DE LA CONSOLIDATION PRIMAIRE

Ci-après trois approches présentant la notion de consolidation primaire.

• Considérons un point M au sein d'un massif de sol saturé de faible perméabilité, dans un état initial caractérisé par

- une contrainte effective verticale σ'_z ($= \sigma'_{v0}$)
- une pression interstitielle u .

Appliquons à la surface du massif, à l'instant $t = 0$, un chargement qui provoque en M une augmentation de contrainte $\Delta \sigma_z$. Lors de l'application de la charge, l'eau n'a pas le temps d'être drainée en raison de la faible perméabilité du sol, la pression interstitielle devient $u + \Delta u$ où $\Delta u = \Delta \sigma_z$. Un écoulement lent de l'eau entraîne ensuite une diminution de la surpression interstitielle. Avec le temps une fraction de plus en plus grande de la contrainte appliquée est transmise au squelette solide. C'est la consolidation primaire.

• La relation $\sigma_z = \sigma'_z + u$ conduit par différentiation à : $\Delta \sigma_z = \Delta \sigma'_z + \Delta u$ qui donne :

$$\text{pour } t = 0 : \quad \Delta \sigma_z = \Delta u \quad (\Delta \sigma'_z = 0)$$

$$\text{pour } t > 0 : \quad \Delta \sigma_z = \Delta \sigma'_z + \Delta u$$

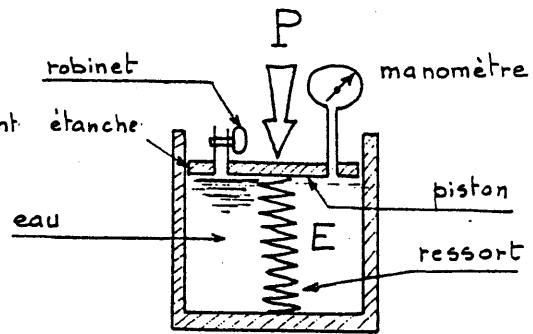
$$\text{pour } t \rightarrow \infty : \quad \Delta \sigma_z = \Delta \sigma'_z \quad (\Delta u = 0)$$

La consolidation primaire s'achève lorsqu'en tout point la surpression interstitielle Δu s'est annulée.

² Etablissement de la relation : $e = \frac{V_v}{V_s} \quad \Delta e_i = \frac{\Delta V_{v_i}}{V_s} \quad 1 + e_0 = \frac{V_s + \Delta V_{v_0}}{V_s} = \frac{V_0}{V_s} \quad \frac{\Delta e_i}{1 + e_0} = \frac{\Delta V_{v_i}}{V_0} = \frac{\Delta H_i}{H_0}$

• Le phénomène de consolidation primaire peut être compris aisément à l'aide du modèle analogique de la figure 16 dans lequel les éléments qui se correspondent sont :

sol ↔ eau + ressort
squelette solide ↔ ressort
eau ↔ eau
perméabilité ↔ robinet
mesure de u ↔ manomètre



Modèle analogique

- Figure 16 -

La consolidation correspond au transfert de la contrainte appliquée de l'eau vers le squelette solide; elle s'accompagne d'une diminution de volume.

3 - 5 - CARACTÉRISTIQUES DE LA COMPRESSIBILITÉ

La courbe de compressibilité permet de déterminer trois caractéristiques du sol étudié :

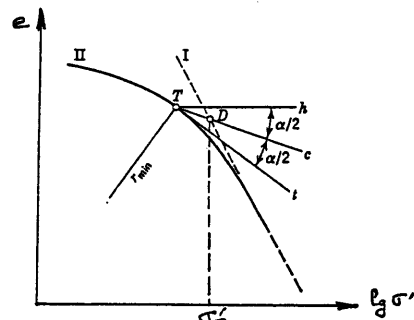
- la pression de préconsolidation,
- l'indice de compression,
- l'indice de gonflement.

3 - 5 - 1 - Pression de préconsolidation σ'_p

La courbe de compressibilité permet de faire la détermination graphique de la valeur de la pression de préconsolidation σ'_p (fig. 15).

La méthode la plus simple consiste à considérer l'abscisse du point d'intersection des deux directions asymptotiques.

Casagrande a proposé une méthode à partir de la bissectrice T_c d'un angle ayant pour sommet le point T de rayon de courbure minimal (fig. 17).



Détermination de σ'_p (méthode de Casagrande)

- Figure 17 -

On observe que :

• pour $\sigma'_z < \sigma'_p$ le sol se déforme très peu parce qu'il a déjà été consolidé, au cours de son histoire, sous l'effet d'une pression qui, à sa valeur maximale, était égale à σ'_p .

• pour $\sigma'_z > \sigma'_p$ le sol est beaucoup plus déformable, il est soumis à des contraintes supérieures à toutes celles qu'il a connues. La partie correspondante de la courbe est appelée courbe vierge.

3 - 5 - 2 - Indice de compression c_c

On appelle indice de compression, noté c_c , la pente (au signe près) de la courbe vierge, soit :

$$c_c = \frac{-\Delta e}{\Delta(\lg \sigma'_z)} \quad (\text{pour } \sigma'_z \geq \sigma'_p)$$

$$\text{avec : } \Delta(\lg \sigma'_z) = \lg(\sigma'_z + \Delta\sigma'_z) - \lg \sigma'_z = \lg\left(1 + \frac{\Delta\sigma'_z}{\sigma'_z}\right)$$

c_c est un nombre sans dimension.

Pour un état initial $\sigma'_{v0} = \sigma'_p$ et pour un incrément de contrainte $\Delta\sigma'_z$, on a donc :

$$\Delta e = -c_c \lg\left(1 + \frac{\Delta\sigma'_z}{\sigma'_{v0}}\right) \quad \text{et comme } \frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta e}{1+e_0}, \text{ on peut écrire :}$$

$$\Delta H = -H_0 \frac{c_c}{1+e_0} \cdot \lg\left(1 + \frac{\Delta\sigma'_z}{\sigma'_{v0}}\right)$$

Cette relation permet de calculer la variation d'épaisseur ΔH d'une couche de sol d'épaisseur H_0 lorsque la contrainte effective passe de σ'_{v0} à $\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'_z$ (à condition que $\sigma'_{v0} = \sigma'_p$). L'épaisseur de la couche diminue, ΔH est négatif; le tassement, noté s , est égal à $|\Delta H|$

Sables	$0,01 < c_c < 0,10$
Kaolinites	$0,10 < c_c < 0,25$
Illites	$0,25 < c_c < 0,80$
Montmorillonites	$0,80 < c_c < 2,50$

Ordres de grandeur de l'indice de compression pour différents types de sols

On peut considérer qu'un sol est :

incompressible	lorsque	$c_c < 0,02$	} Sables
très peu compressible	"	$0,02 < c_c < 0,05$	
peu compressible	"	$0,05 < c_c < 0,10$	
moyennement compressible	"	$0,10 < c_c < 0,20$	} Kaolinites
assez fortement compressible	"	$0,20 < c_c < 0,30$	
très compressible	"	$0,30 < c_c < 0,50$	} Illites
extrêmement compressible	"	$0,50 < c_c$	
			Montmorillonites

Estimation indirecte de l'indice de compression : Pour compléter l'information aux niveaux où il n'y a pas d'essais œdométrique, on peut obtenir une estimation de l'indice de compression à partir des relations empiriques suivantes :

- $c_c = \frac{\omega_{nat}}{100}$, d'abord utilisée dans le cas des tourbes, peut être étendue aux argiles,
- $c_c = 0,009 (w_L - 10)$, proposée par Skempton, valable dans le cas des argiles normalement consolidées (w_L exprimée en pour-cents).

3 - 5 - 3 - Indice de gonflement c_s

C'est la pente moyenne (au signe près) d'un cycle déchargement-rechargement. Il est noté : c_s .

3 - 5 - 4 - Module œdométrique

On appelle module le paramètre qui, dans une loi de comportement, relie les déformations aux contraintes.

Dans le cas d'une sollicitation œdométrique (\Leftrightarrow déformation mono axiale), on écrit ainsi :

$$\Delta\sigma' = - E_{\text{œd}} \cdot \frac{\Delta H}{H}$$

$E_{\text{œd}}$ a les dimensions d'une contrainte.

$$E_{\text{œd}} = - \frac{\Delta\sigma'}{\frac{\Delta H}{H}} = - \frac{\Delta\sigma' (1 + e)}{\Delta e} = \frac{1 + e}{c_c} \cdot \frac{\Delta\sigma'}{\lg \left(1 + \frac{\Delta\sigma'}{\sigma'} \right)} = \frac{1}{m_v}$$

$$m_v = \frac{-\Delta e}{(1 + e) \Delta\sigma'}$$
 est appelé coefficient de compressibilité.

Il apparaît que le module œdométrique n'est pas constant (contrairement au module d'Young d'un matériau à comportement élastique linéaire) il dépend à la fois de l'état de contrainte initial considéré σ' et de l'intervalle de contrainte $\Delta\sigma'$.

3 - 6 - CLASSIFICATION DES SOLS VIS-A-VIS DE LA COMPRESSIBILITÉ

Soit un échantillon de sol prélevé intact à la profondeur z . On peut, d'une part, calculer la contrainte naturelle σ'_{v0} qui s'exerce à la profondeur z et, d'autre part, déterminer à l'œdomètre

la pression de préconsolidation σ'_p . Selon les valeurs respectives σ'_{v0} et de σ'_p trois cas peuvent se présenter.

3 - 6 - 1 - Sol normalement consolidé

Lorsque $\sigma'_{v0} \approx \sigma'_p$: le sol est dit normalement consolidé. Le sol n'a jamais été soumis à une contrainte supérieure à la contrainte géostatique. Le sol a seulement été consolidé par le poids des couches supérieures, suivant la courbe vierge.

Le tassement dû à $\Delta\sigma'$ s'effectue suivant la courbe vierge, il est donné par la relation :

$$s = H_0 \frac{c_c}{1 + e_0} \cdot \lg \left(1 + \frac{\Delta\sigma'}{\sigma'_{v0}} \right)$$

H_0 : épaisseur initiale de la couche compressible e_0 : indice des vides initial

3 - 6 - 2 - Sol surconsolidé

Lorsque $\sigma'_{v0} < \sigma'_p$: le sol est dit surconsolidé. Le sol a été soumis dans le passé à une pression de préconsolidation supérieure au poids des couches supérieures maintenant présentes sur le terrain.

- Pour $\sigma'_{v0} + \Delta\sigma' > \sigma'_p$, le tassement est donné par la relation :

$$s = H_0 \frac{c_s}{1 + e_0} \cdot \lg \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + H_0 \frac{c_c}{1 + e_0} \cdot \lg \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'}{\sigma'_p}$$

On néglige le plus souvent le tassement dû à l'augmentation de contrainte de σ'_{v0} à σ'_p , la branche correspondante de la courbe de compressibilité étant peu inclinée sur l'axe des abscisses. Le tassement est alors donné par la relation :

$$s \approx H_0 \frac{c_c}{1 + e_0} \cdot \lg \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'}{\sigma'_p}$$

L'état de surconsolidation peut être dû à :

- la surcharge exercée par des terrains qui furent érodés par la suite,
- une surcharge temporaire telle que le poids d'un glacier aujourd'hui disparu.

- Pour $\sigma'_{v0} + \Delta\sigma' < \sigma'_p$, le tassement est donné par la relation :

$$s = H_0 \frac{c_s}{1 + e_0} \cdot \lg \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'}{\sigma'_{v0}}$$

Le tassement correspondant a priori est très faible

3 - 6 - 3 - Sol sous-consolidé

Lorsque $\sigma'_{v0} > \sigma'_p$: le sol est dit sous-consolidé. C'est le cas des sols en cours de consolidation sous l'effet de leur propre poids (remblais récents, mal ou non compactés, vases ou tourbes récemment formées). Le processus de la consolidation primaire n'est pas terminé, la surpression interstitielle n'est pas entièrement dissipée. Ce sont des sols généralement inconstructibles, ils continuent à se déformer même en l'absence de charge.

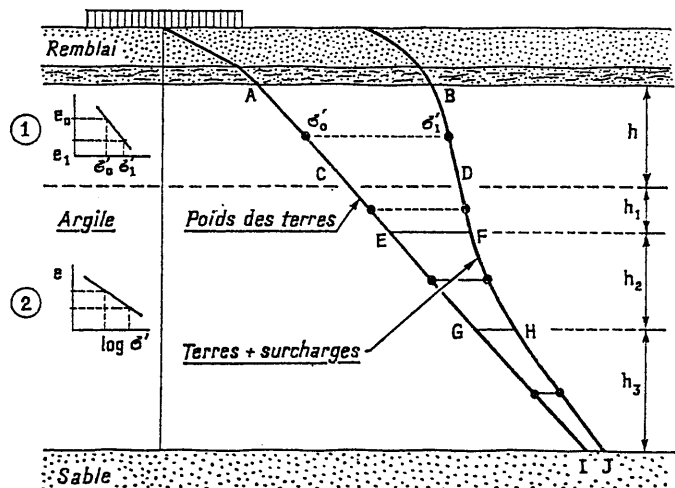
3 - 6 - 4 - Sols gonflants

Ce sont des sols pour lesquels la courbe de déchargement présente une pente marquée sous faible contrainte. Ils sont particulièrement dangereux pour les fondations des constructions légères.

4 - CALCUL DES TASSEMENTS - MÉTHODE DES COUCHES

On considère le tassement final : le sol est entièrement consolidé, la variation de contrainte due aux surcharges est reprise par le squelette solide.

On découpe le sol en n couches de hauteur H_i (fig. 18). On effectue des essais œdométriques sur des échantillons prélevés au milieu de chaque couche. Pour chaque échantillon on détermine les indices de gonflement et de compression et c_s et c_c ainsi que la pression de préconsolidation σ'_p . On calcule, au milieu de chacune des couches, la contrainte effective verticale avant travaux σ'_{v0} et la variation de contrainte due aux travaux réalisés $\Delta\sigma'_z$.



- Figure 18 -

On suppose (hypothèse simplificatrice) que les valeurs de ces deux paramètres restent constantes dans toute l'épaisseur de la couche considérée.

On calcule le tassement s_i de chacune des n couches à l'aide des relations du paragraphe précédent.

Le tassement total est égal à la somme des tassements des n couches considérées :

$$s = \sum_{i=1}^{i=n} s_i$$

Remarques :

- L'approximation sur s_i est d'autant meilleure que H_i est faible.
- H_i peut être choisi d'autant plus grand que la profondeur est importante.
- Si le sol comprend plusieurs couches de caractéristiques différentes, on calcule ΔH relatif à chacune des couches identifiées.

5 - THÉORIE DE LA CONSOLIDATION DE TERZAGHI ET FRÖHLICH

Cette théorie admet pour le squelette une loi rhéologique simple, l'élasticité linéaire, qui permet d'obtenir une solution mathématique complète. Le modèle analogique correspondant a été décrit au paragraphe 3 - 4.

5 - 1 - HYPOTHÈSES

On considère une couche compressible, d'épaisseur constante notée $2h$ ($= H$), comprise entre deux couches de matériaux très perméables : sable ou gravier (la couche est alors dite ouverte).

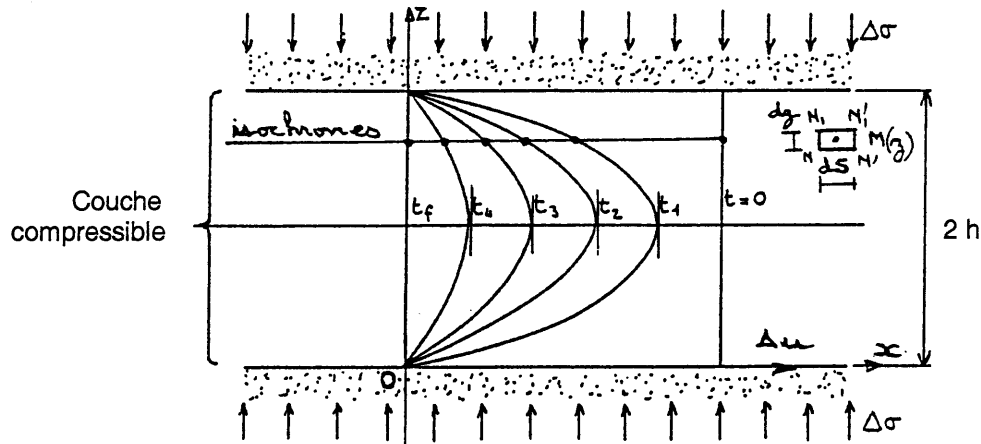
Le tri-couche est soumis à une surcharge uniformément répartie $\Delta\sigma$, normale à la surface du massif, appliquée de façon instantanée, constante au cours du temps et s'étendant de $-\infty$ à $+\infty$ suivant \vec{Ox} (fig.19).

Le problème étant ainsi défini, on voit qu'il s'agit d'un problème de consolidation unidimensionnelle. Les conditions œdométriques sont réalisées (pas de déformation latérale, écoulement uniquement vertical); on prend pour module d'élasticité du squelette le module œdométrique du sol compressible.

On fait les hypothèses suivantes :

- seule la consolidation primaire est étudiée
- le sol de la couche compressible est homogène
- les grains et le fluide sont incompressibles
- le matériau est saturé
- la loi de Darcy est applicable
- le coefficient de perméabilité k est constant (bien que e soit variable)
- la loi rhéologique du squelette solide est l'élasticité linéaire, module œdométrique

$E_{\text{œd}}$ constant (bien que e soit variable)



- Figure 19 -

5 - 2 - DEGRÉ DE CONSOLIDATION MOYEN

Le tassement élémentaire à l'instant t d'un élément de sol d'épaisseur dz soumis à un chargement œdométrique est donné par l'expression :

$$ds_t = \frac{\Delta\sigma'(z,t)}{E_{oed}} dz$$

Le tassement d'une couche d'épaisseur $2h$ à l'instant t est donc égal à :

$$s_t = \int_0^{2h} ds_t = \int_0^{2h} \frac{\Delta\sigma'(z,t)}{E_{oed}} dz = \int_0^{2h} \frac{\Delta\sigma - \Delta u(z,t)}{E_{oed}} dz$$

Il vient (E_{oed} constant) :

$$s_t = \frac{1}{E_{oed}} \int_0^{2h} \Delta\sigma dz - \frac{1}{E_{oed}} \int_0^{2h} \Delta u(z,t) dz$$

Le tassement final est donné par : $s_\infty = \frac{1}{E_{oed}} \int_0^{2h} \Delta\sigma dz$ (on a alors : $\Delta\sigma = \Delta\sigma'$, $\Delta u = 0$)

On peut alors écrire : $s_t = s_\infty - \frac{1}{E_{oed}} \int_0^{2h} \Delta u(z,t) dz$

On appelle degré de consolidation moyen d'une couche compressible le rapport du tassement s_t au temps t au tassement final s_∞ , il est noté $U(t)$. C'est un nombre sans dimension.

$$U(t) = \frac{s_t}{s_\infty} = 1 - \frac{\int_0^{2h} \Delta u(z,t) dz}{E_{oed} \cdot s_\infty}$$

avec : s_t : tassement obtenu au temps t ,

s_∞ : tassement final,

$\Delta u(z,t)$: surpression interstitielle en un point d'ordonnée z , au temps t , due à l'application (à $t = 0$) de la surcharge $\Delta\sigma$.

$$\text{Or} \quad s_\infty = \frac{\Delta\sigma}{E_{oed}} \cdot \int_0^{2h} dz = \frac{\Delta\sigma}{E_{oed}} \cdot 2h$$

Il reste donc :

$$U(t) = 1 - \frac{\int_0^{2h} \Delta u_{(z,t)} dz}{2h \cdot \Delta \sigma} = \frac{\int_0^{2h} \Delta \sigma'_{(z,t)} dz}{2h \cdot \Delta \sigma}$$

Le problème revient à déterminer la fonction $\Delta u_{(z,t)}$.

Remarques :

1. La détermination de la fonction $\Delta u = \Delta u_{(z,t)}$ permet de construire les isochrones. La figure 19 montre l'évolution des isochrones au cours du temps : on voit que ces courbes ont sensiblement l'allure de paraboles.

2. Dans la relation : $U(t) = 1 - \frac{\int_0^{2h} \Delta u_{(z,t)} dz}{2h \cdot \Delta \sigma}$

- le numérateur $\int_0^{2h} \Delta u_{(z,t)} dz$ représente l'aire sous l'isochrone relative à un temps t donné,
- le dénominateur $2h \cdot \Delta \sigma$ représente l'aire sous l'isochrone initiale (rectangle).

5 - 3 - ÉQUATION DE LA CONSOLIDATION

Sur une facette horizontale on a, à tout instant : $\Delta \sigma = \Delta \sigma' + \Delta u \Rightarrow \Delta \sigma' = \Delta \sigma - \Delta u$

$\Delta \sigma$ étant constant en fonction du temps : $\frac{\partial(\Delta \sigma)}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial(\Delta \sigma')}{\partial t} dt = - \frac{\partial(\Delta u)}{\partial t} dt$ (a)

La relation (a) exprime que, pendant l'intervalle de temps dt , l'augmentation de contrainte effective est égale à la diminution de pression interstitielle.

D'autre part : $n = \frac{V_v}{V} \Rightarrow \Delta n = \frac{\Delta V_v}{V} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta H}{H}$ (pas de déformation latérale).

De la définition du module œdométrique : $E_{\text{œd}} = \frac{-\Delta \sigma'}{\frac{\Delta H}{H}}$, il vient :

$$\Delta \sigma' = - E_{\text{œd}} \cdot \frac{\Delta H}{H} = - E_{\text{œd}} \cdot \Delta n \quad \text{d'où :}$$

$$\frac{\partial(\Delta \sigma')}{\partial t} dt = - E_{\text{œd}} \cdot \frac{\partial(\Delta n)}{\partial t} dt \Rightarrow \frac{\partial(\Delta n)}{\partial t} dt = \frac{-1}{E_{\text{œd}}} \cdot \frac{\partial(\Delta \sigma')}{\partial t} dt = \frac{1}{E_{\text{œd}}} \cdot \frac{\partial(\Delta u)}{\partial t} dt \quad (b)$$

La relation (b) exprime la relation entre la variation de porosité et la variation de pression interstitielle en un point quelconque du sol compressible, pendant l'intervalle de temps dt .

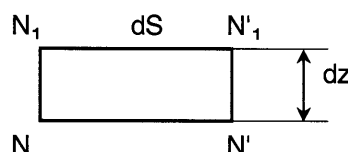
Les grains et le fluide sont incompressibles et le sol est saturé. Nous allons exprimer que la diminution de volume par tassement d'un volume parallélépipédique élémentaire centré en M, de section dS unité et de hauteur dz , pendant l'intervalle de temps dt est égale à la quantité d'eau expulsée de ce volume parallélépipédique (fig. 18).

Considérons le volume élémentaire compris entre les facettes NN' et $N_1N'_1$ de section unité ($dS = 1$), distantes de dz .

• D'une part, la diminution de volume par tassement du volume parallélépipédique élémentaire pendant l'intervalle de temps dt , dV_1 , est égale à :

$$- \frac{\partial(\Delta n)}{\partial t} \cdot 1 \cdot dz \cdot dt$$

soit : $dV_1 = \frac{-1}{E_{\text{œd}}} \cdot \frac{\partial(\Delta u)}{\partial t} \cdot dz \cdot dt$



• D'autre part, à un instant donné :

- la vitesse de décharge en NN' est (loi de Darcy) : $v = k \cdot i = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial z}$ avec $h = \frac{\Delta u}{\gamma_w} + z$

$$v = -k \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Delta u}{\gamma_w} + z \right) = -k \left(\frac{1}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} + 1 \right)$$

- la vitesse de décharge en N₁N'₁ est : $v_1 = v + \frac{\partial v}{\partial z} dz$

La section dS étant unité, le débit q est égal à la vitesse : $q = v \cdot dS = v$. Le volume d'eau expulsée hors du volume parallélépipédique élémentaire pendant l'intervalle de temps dt, dV₂,

est égal à :

$$dV_2 = (q_1 - q) dt = (v_1 - v) dt = \left(\frac{\partial v}{\partial z} dz \right) dt = \frac{-k}{\gamma_w} \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2} dz \cdot dt$$

En égalant les expressions de dV₁ et dV₂ il vient :

$$\frac{-1}{E_{oed}} \cdot \frac{\partial(\Delta u)}{\partial t} \cdot dz \cdot dt = \frac{-k}{\gamma_w} \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2} \cdot dz \cdot dt \Rightarrow \frac{\partial(\Delta u)}{\partial t} = \frac{k \cdot E_{oed}}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2}$$

soit encore :

$$\boxed{\frac{\partial(\Delta u_{(z,t)})}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2(\Delta u_{(z,t)})}{\partial z^2}}$$

C'est la classique équation de la diffusion (eau ou chaleur). Elle est de même forme que celle définissant les transferts de chaleur au travers d'un matériau sous l'effet d'un gradient de température.

Le paramètre c_v est appelé coefficient de consolidation (verticale), il s'exprime en m²/s.

$$c_v = \frac{k \cdot E_{oed}}{\gamma_w}$$

|| Attention à ne pas confondre le coefficient de consolidation c_v avec l'indice de compression c_c.

Remarque :

Le coefficient de perméabilité k et le module œdométrique E_{œd} du sol compressible interviennent par leur produit. On constate expérimentalement que ce produit reste à peu près constant, ce qui justifie a posteriori les hypothèses 7 et 8. Ceci est physiquement satisfaisant : lorsque l'indice des vides diminue, la perméabilité décroît et la rigidité du matériau, donc E_{œd}, augmente.

5 - 4 - RÉOLUTION DE L' ÉQUATION DE TERZAGHI

Pour résoudre le problème, il faut associer à cette équation aux dérivées partielles, les conditions aux limites et la condition initiale.

Sur les deux surfaces limitant la couche compressible, la surpression interstitielle Δu est nulle puisque le matériau adjacent est parfaitement perméable.

- les conditions aux limites s'écrivent donc : $\left. \begin{array}{l} \Delta u(0, t) = 0 \\ \Delta u(2h, t) = 0 \end{array} \right\} \text{ quel que soit } t$
- la condition initiale (t = 0) s'écrit : $\Delta u(z, 0) = \Delta \sigma$, quel que soit $z \in] 0, 2h [$
- la symétrie du problème entraîne $\frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} = 0$ pour $z = h$, quel que soit t

L'intégration de cette équation aux dérivées partielles est classique. On constate que la fonction $A_m \cdot e^{-\frac{m^2 \pi^2 c_v t}{4h^2}} \cdot \sin \frac{m \pi z}{2h}$, du type a(t).b(z), vérifie l'équation et ses conditions aux limites. On bâtit donc la solution en additionnant les fonctions ci-dessus correspondant aux diffé-

rentes valeurs de m , soit : $\Delta u(z,t) = \sum_1^{\infty} A_m e^{-\frac{m^2 \pi^2 c_v}{4h^2} t} \cdot \sin \frac{m \pi z}{2h}$ et de façon à ce que la

somme infinie vérifie la condition initiale $\Delta u(z, 0) = \sum_1^{\infty} A_m \cdot \sin \frac{m \pi z}{2h} = \Delta \sigma$

C'est un problème de développement en série de Fourier, on trouve : $A_m = \frac{2\Delta\sigma}{m\pi} (1 - \cos m\pi)$

On en déduit, en posant $n = (2m - 1)$

$$\Delta u(z,t) = \frac{4}{\pi} \Delta \sigma \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} e^{-\frac{n^2 \pi^2 c_v}{4h^2} t} \cdot \sin \frac{n \pi z}{2h}$$

et

$$U(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 c_v}{4h^2} t}$$

On introduit alors à la place du temps t , une nouvelle variable sans dimension, le facteur temps, noté T_v . Il est défini par :

$$T_v = \frac{c_v}{h^2} \cdot t = \frac{k \cdot E_{oed}}{\gamma_w \cdot h^2} \cdot t$$

et l'on obtient finalement :

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2}{4} T_v}$$

On voit que le degré de consolidation est une fonction bien déterminée du facteur temps :

$$U = f(T_v)$$

Cette fonction est indépendante du chargement $\Delta \sigma$ et des caractéristiques géométrique (h), hydraulique (k) et mécanique (E_{oed}) du problème. Ces dernières interviennent uniquement dans le calcul du facteur temps.

Dans la pratique, la fonction $U = U(T_v)$ est présentée sous forme de graphe ou de table (cf. annexe 6).

Formules approchées :

• $U = \left(\frac{T_v^3}{T_v^3 + 0,5} \right)^{1/6}$ (relation de Brinch-Hansen)

et

• $\begin{cases} U \leq 0,526 \rightarrow T_v = \frac{\pi}{4} U^2 \\ U \geq 0,526 \rightarrow T_v = -0,933 \lg(1 - U) - 0,085 \end{cases}$ ou $\begin{cases} U \leq 52,6\% \rightarrow T_v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{U}{100} \right)^2 \\ U \geq 52,6\% \rightarrow T_v = 1,781 - 0,933 \lg(100 - U) \end{cases}$

6 - DURÉE DES TASSEMENTS

Les sols grenus tassent en des temps très courts (en même temps que se produit le chargement); la question de la durée des tassements concerne donc seulement les sols fins (phénomène différé).

Le facteur temps est défini par la relation : $T_v = \frac{c_v}{h^2} \cdot t$. Il permet donc, connaissant le coefficient de consolidation c_v , de déterminer le temps t nécessaire pour atteindre un degré de consolidation U choisi : pour U donné $\rightarrow T_v$ est déterminé $\rightarrow t = \frac{h^2}{c_v} \cdot T_v$ est calculé.

6 - 1 - DÉTERMINATION DE c_v A L'ŒDOMÈTRE - MÉTHODE DE CASAGRANDE

c_v est déterminé à partir de la courbe de consolidation ($s - \lg t$) ou ($H - \lg t$) avec : s (ou H) : tassement (ou hauteur) de l'échantillon sous une charge donnée (fig. 20).

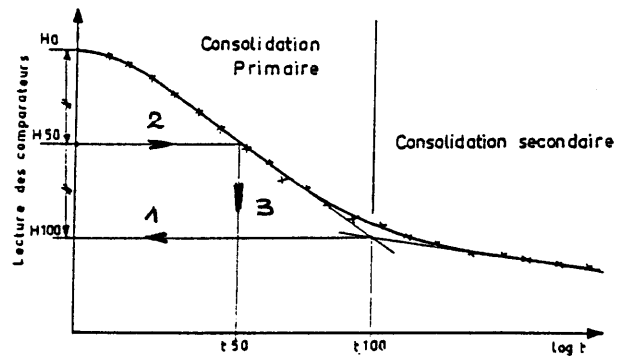
$c_v = \frac{T_v \cdot d^2}{t}$ est calculé pour un degré de consolidation moyen U égal à 0,5.

À $U = 0,5$ correspond $T_v = 0,197$

$$c_v = \frac{0,197 d^2}{t_{50}}$$

t_{50} : temps nécessaire pour obtenir 50% de la consolidation primaire.

$d = h$: demi épaisseur de l'échantillon drainé sur ses deux faces à l'instant t_{50} , est appelé distance de drainage.



Courbe de consolidation

- Figure 20 -

Détermination de t_{50} : H_0 , hauteur de l'échantillon au début du palier de chargement, étant connue, on détermine successivement :

	Temps	Hauteur de l'échantillon	
1°	t_{100}	H_{100}	Fin de la consolidation primaire
2°		H_{50}	Milieu du segment $H_0 H_{100}$
3°	t_{50}		Abscisse du point qui a pour ordonnée H_{50}

Ordres de grandeur du coefficient de consolidation c_v (en m^2/s) :

Kaolinites	$2 \cdot 10^{-7} < c_v < 4 \cdot 10^{-7}$
Illites	$10^{-7} < c_v < 2 \cdot 10^{-7}$
Montmorillonites	$2 \cdot 10^{-8} < c_v < 10^{-7}$
Argiles sableuses	de l'ordre de 10^{-7}
Limons	de l'ordre de $5 \cdot 10^{-6}$

6 - 2 - TEMPS NÉCESSAIRE POUR OBTENIR LE TASSEMENT FINAL

Le tassement final est considéré obtenu lorsque $U = 99,42$ %. On a alors $T_v = 2,00$. Le temps nécessaire pour obtenir le tassement final est calculé en utilisant cette valeur de T_v .

6 - 3 - CAS D'UNE COUCHE COMPRESSIBLE COMPRISE ENTRE UNE COUCHE TRÈS PERMÉABLE ET UNE COUCHE IMPERMÉABLE

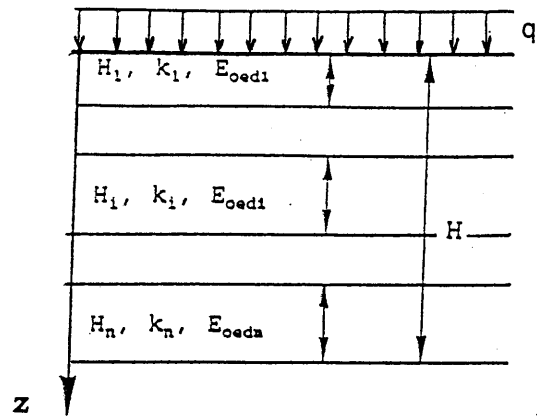
On peut utiliser les résultats précédents. Il suffit de considérer que la couche compressible a pour épaisseur h , la demi-épaisseur de la couche étudiée au § 5.

On a toujours $h = d$ (d : distance de drainage).

6 - 4 - CONSOLIDATION D'UN SOL COMPOSÉ DE PLUSIEURS COUCHES

Dans le cas d'un sol composé de plusieurs couches soumis à une consolidation unidimensionnelle sous l'effet d'une charge uniformément répartie (fig. 21), on peut considérer une couche équivalente unique homogène d'épaisseur H et de coefficient de consolidation c_{ve} .

$$c_{ve} = \frac{H^2}{\left(\sum_i \frac{h_i}{\sqrt{c_{vi}}} \right)^2} \quad (\text{relation de Absi})$$



Cas d'un sol stratifié

- Figure 21 -

6 - 5 - PRISE EN COMPTE DU TEMPS DE CHARGEMENT

La théorie de Terzaghi et Fröhlich présentée au § 5 fait l'hypothèse d'un chargement instantané du sol. Une correction doit être faite pour tenir compte de la durée de construction de l'ouvrage, notée t_c .

Solution approchée de Terzaghi :

Cette solution, intuitive, repose sur les deux hypothèses suivantes :

- la surcharge est appliquée linéairement en fonction du temps,
- pour une surcharge donnée, le tassement au temps t est le même que celui qui se serait produit au temps $t/2$ si la surcharge avait été appliquée instantanément.

Résolution graphique :

- Tracer la courbe de tassement en fonction du temps correspondant à un chargement instantané (courbe en pointillé).

- Porter le temps t_c correspondant au temps de construction de l'ouvrage.

- Pour un temps $t = t_c$: Tracer la verticale passant par $t_c/2$, elle coupe la courbe pointillée en A. De A, on trace l'horizontale qui coupe la verticale passant par t_c en B, point de la courbe cherchée.

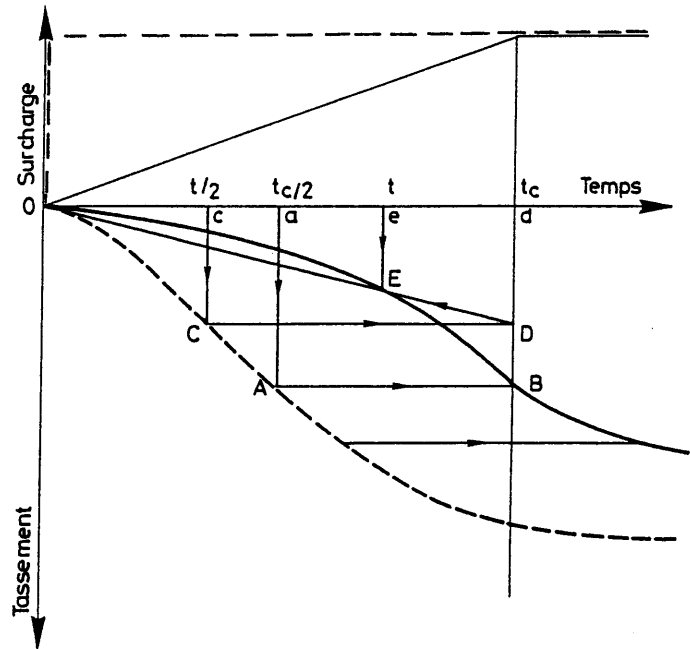
- Pour un temps $t \leq t_c$: Tracer la verticale passant par $t/2$, elle coupe la courbe pointillée en C. Tracer CD. La droite OD coupe la verticale passant par t en E qui est le point de la courbe cherchée. En effet, au temps $t/2$ le tassement sous la surcharge finale appliquée instantanément est cC , mais au temps t la construction n'est pas encore achevée, on aura atteint une surcharge proportionnelle à t/t_c et le tassement cherché, proportionnel à la charge appliquée,

sera égal à : $\overline{cC} \cdot \frac{t}{t_c} = \overline{dD} \cdot \frac{t}{t_c} = \overline{eE}$

- Pour un temps $t > t_c$:

On suppose que tout se passe comme si le chargement était toujours instantané, mais appliqué à l'instant $t_c/2$. Le décalage provoqué par la durée de la construction est constant et égal à $t_c/2$. La courbe cherchée correspond donc à la courbe sous chargement instantané translatée de $t_c/2$, c'est à dire de AB.

Schématiquement, on obtient la construction de la figure 22.



Consolidation sous chargement linéaire

- Figure 22 -

6 - 6 - RÉDUCTION DU TEMPS DE CONSOLIDATION

On a souvent à exécuter des remblais (routes et autoroute, aéroports, zones portuaires) sur des sols compressibles.

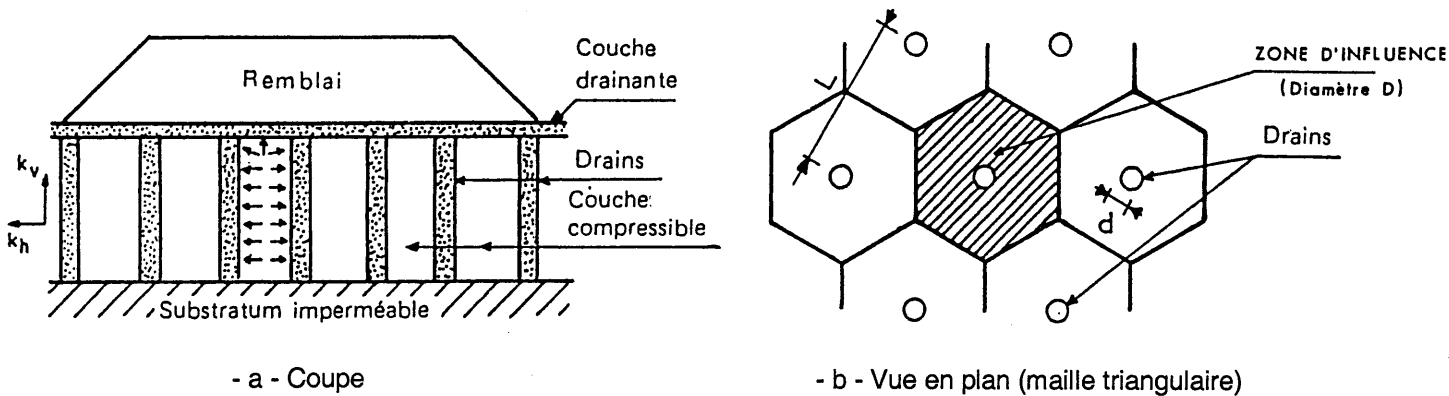
Il est évidemment nécessaire que la plus grande partie des tassements se produise avant la mise en service du remblai (c'est à dire avant la construction des ouvrages qu'il supporte ou avec lesquels il se trouve en liaison directe). La durée de la consolidation primaire pouvant être très importante, on va chercher à la réduire, ce que l'on exprime par le terme "accélération" de la consolidation.

La relation de définition du facteur temps $T_v = \frac{c_v}{d^2} \cdot t$ donne $t = \frac{d^2}{c_v} \cdot T_v$ que l'on cherche à diminuer. Pour un degré de consolidation fixé U que l'on veut atteindre, T_v est fixé. On ne peut agir que sur c_v , en l'augmentant.

Pour cela, on peut penser à augmenter la perméabilité k puisque $c_v = \frac{k \cdot E_{oed}}{\gamma_w}$. Cela revient à favoriser le drainage de la couche compressible. D'où la première méthode.

6 - 6 - 1 - Méthode des drains

Principe : On exécute avant la réalisation du remblai des forages verticaux perméables qui traversent la couche compressible. Les drains sont disposés en plan suivant une trame régulière, en triangle équilatéral par exemple (fig. 23).



- a - Coupe - b - Vue en plan (maille triangulaire)

Schéma d'une installation de drains de sable verticaux

- Figure 23 -

La théorie de la consolidation de Terzaghi peut être généralisée à trois dimensions. L'équation qui régit le phénomène s'écrit alors, en coordonnées semi-polaires :

$$c_r \left(\frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\Delta u)}{\partial r} \right) + c_v \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2} = \frac{\partial(\Delta u)}{\partial t} \quad (1)$$

en supposant que c_v est constant dans le plan horizontal.

On peut considérer que l'écoulement résulte de la superposition de deux écoulements :

- un écoulement unidimensionnel vertical : $c_v \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2} = \frac{\partial(\Delta u)}{\partial t} \quad (2)$

- un écoulement radial horizontal : $c_r \left(\frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\Delta u)}{\partial r} \right) = \frac{\partial(\Delta u)}{\partial t} \quad (3)$

Il a été démontré que la solution de l'équation (1) est obtenue par une combinaison des solutions des équations (2) et (3) de la manière suivante :

$$1 - U = (1 - U_v) (1 - U_r) \quad \text{relation de Nabor Carrillo}$$

Pour l'écoulement vertical unidimensionnel, le facteur temps T_v a pour expression :

$$T_v = \frac{c_v}{d^2} t$$

Pour l'écoulement radial, le facteur temps T_r dépend du diamètre d'influence des puits D et

donc de la trame. On a :

$$T_r = \frac{c_r}{D^2} t$$

c_r : coefficient de consolidation radiale, défini par : $\frac{c_r}{c_v} = \frac{k_h}{k_v}$

D : diamètre de la zone d'influence du drain

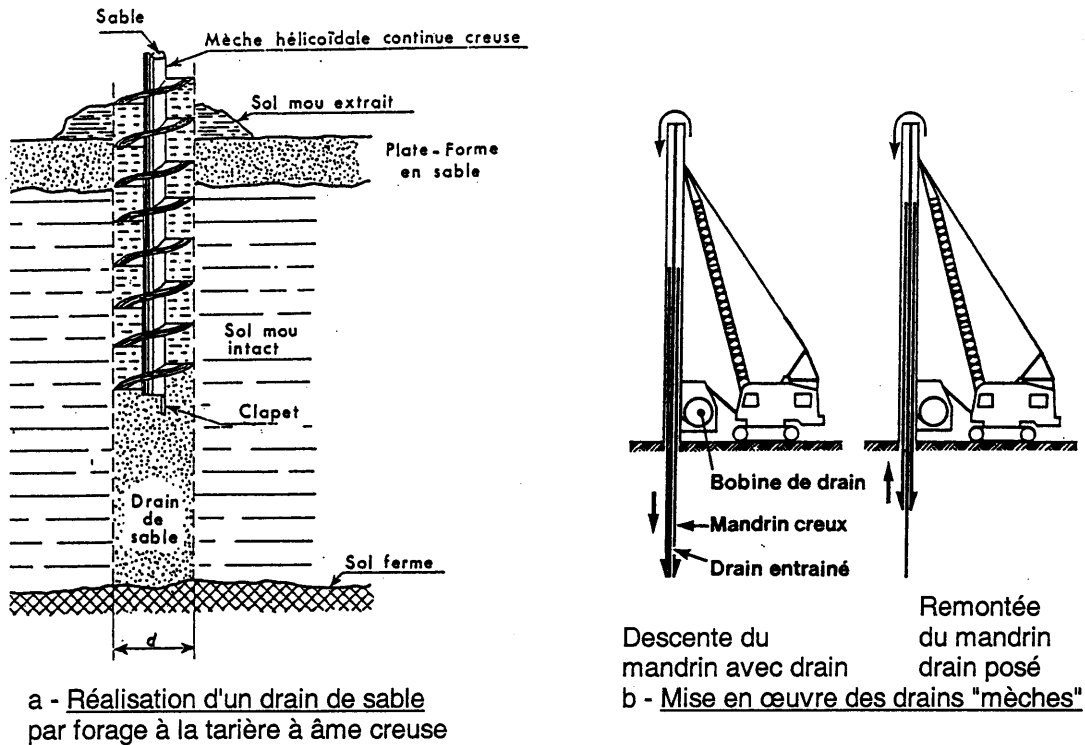
Dans le cas d'une trame en triangle équilatéral, couramment adoptée, $D = 1,05 L$ (L : côté du triangle)

Pour une maille carrée : $D = 1,13 L$ (L : côté du carré)

Exécution des drains :

Drains de sable : Le procédé le plus simple consiste à forer un trou à l'aide d'une tarière mécanique à âme creuse que l'on remonte au fur et à mesure qu'on déverse du sable (fig. 24 - a). On utilise en général des diamètres de 0,40 m à 0,80 m avec des espacements de 2,50 m à 7,50 m.

Par la suite on a utilisé comme matériau drainant des mèches en carton ou en textile non tissé. Leur mise en œuvre est plus rapide et plus propre. Il n'y a pas d'apport de matériau filtrant (le sable). Leurs inconvénients sont une durée de vie réduite et une faible aptitude à la déformation lorsque des fluages locaux se produisent lors du tassement de la couche compressible. On utilise maintenant des drains à âme plastique (géodrain). En plus de la propreté, de la rapidité de mise en œuvre (fig. 24 - b), ils présentent l'avantage d'une durée de vie améliorée et d'une grande souplesse sans étranglement lors des fluages.



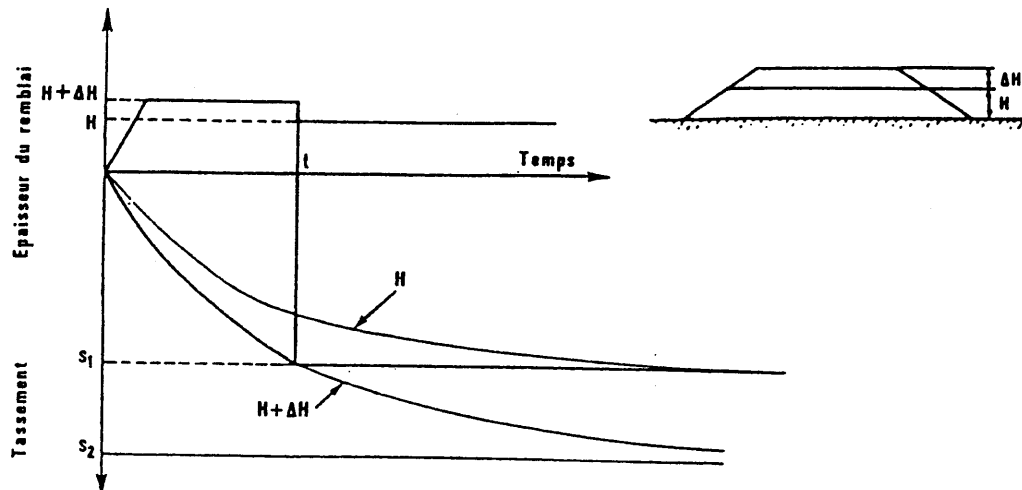
- Figure 24 -

6 - 6 - 2 - Méthode des surcharges

Bien que l'amplitude de l'accroissement de contrainte $\Delta\sigma$ n'affecte pas la forme de la relation entre le degré de consolidation et le facteur temps (T_v est indépendant de $\Delta\sigma$), le tassement à un instant donné est influencé par le fait que le tassement total croît lorsque l'accroissement de contrainte $\Delta\sigma$ augmente.

La surcharge temporaire doit permettre d'obtenir rapidement la plus grande partie des tassements avant la mise en service du remblai.

La méthode consiste à placer pendant quelques mois une surcharge constituée généralement par 2 à 3 m de remblai supplémentaire qu'on enlèvera au temps t pour lequel le tassement final prévu pour le remblai sans surcharge aura été obtenu (ou à un temps inférieur qui aura permis d'atteindre un pourcentage de consolidation suffisant pour le problème posé) (fig. 25).



Utilisation d'une surcharge temporaire

- Figure 25 -

Cette surcharge doit évidemment être compatible avec les conditions de stabilité du remblai. Elle n'est envisageable que lorsque la hauteur critique est largement supérieure à la hauteur du projet. Toutefois, son efficacité est souvent assez limitée.

La surcharge temporaire peut être associée au système de drains pour augmenter l'efficacité du système.

7 - CONSOLIDATION SECONDAIRE

A la suite de la consolidation primaire, appelée aussi consolidation hydrodynamique, il se produit un phénomène différé appelé consolidation secondaire. Elle correspond à un fluage du squelette minéral solide du sol. Le tassement suit approximativement une loi linéaire en fonction du logarithme du temps; c'est à dire qu'il continue à se manifester longtemps après l'évanouissement de la consolidation primaire.

Ce phénomène est particulièrement net pour les tourbes et les vases récentes. Il l'est beaucoup moins pour les argiles modernes ou glaciaires que l'on peut rencontrer en France et est pratiquement inexistant pour nos argiles tertiaires ou plus anciennes. Le tassement secondaire se produit à peu près sans perte de charge (puisque'il est très lent). On le détermine par simple homothétie à partir des résultats de l'essai de compressibilité.

8 - DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES - TASSEMENTS ADMISSIBLES

Les tassements d'ensemble (consolidation d'une zone ou d'un quartier) ne sont pas toujours préjudiciables au comportement des immeubles. Par exemple, en cinquante ans, le centre de Mexico s'est abaissé de 7 mètres par suite de consolidations résultant de l'abaissement de la nappe phréatique dû à des pompages.

Les tassements différentiels entre deux appuis voisins ne sont, en général, pas préjudiciables pour un ouvrage donné lorsqu'ils sont inférieurs à une certaine fraction de la portée L séparant ces appuis. Cette fraction est variable avec la structure. Naturellement, les mesures de tassement doivent être effectuées à partir de points de repère fixes. Il faut se méfier en particulier des mouvements de terrain qui peuvent se produire près des fondations et fausser éventuellement les lectures.

Pour qu'une superstructure puisse absorber sans inconvénient les tassements, il faut qu'elle soit :

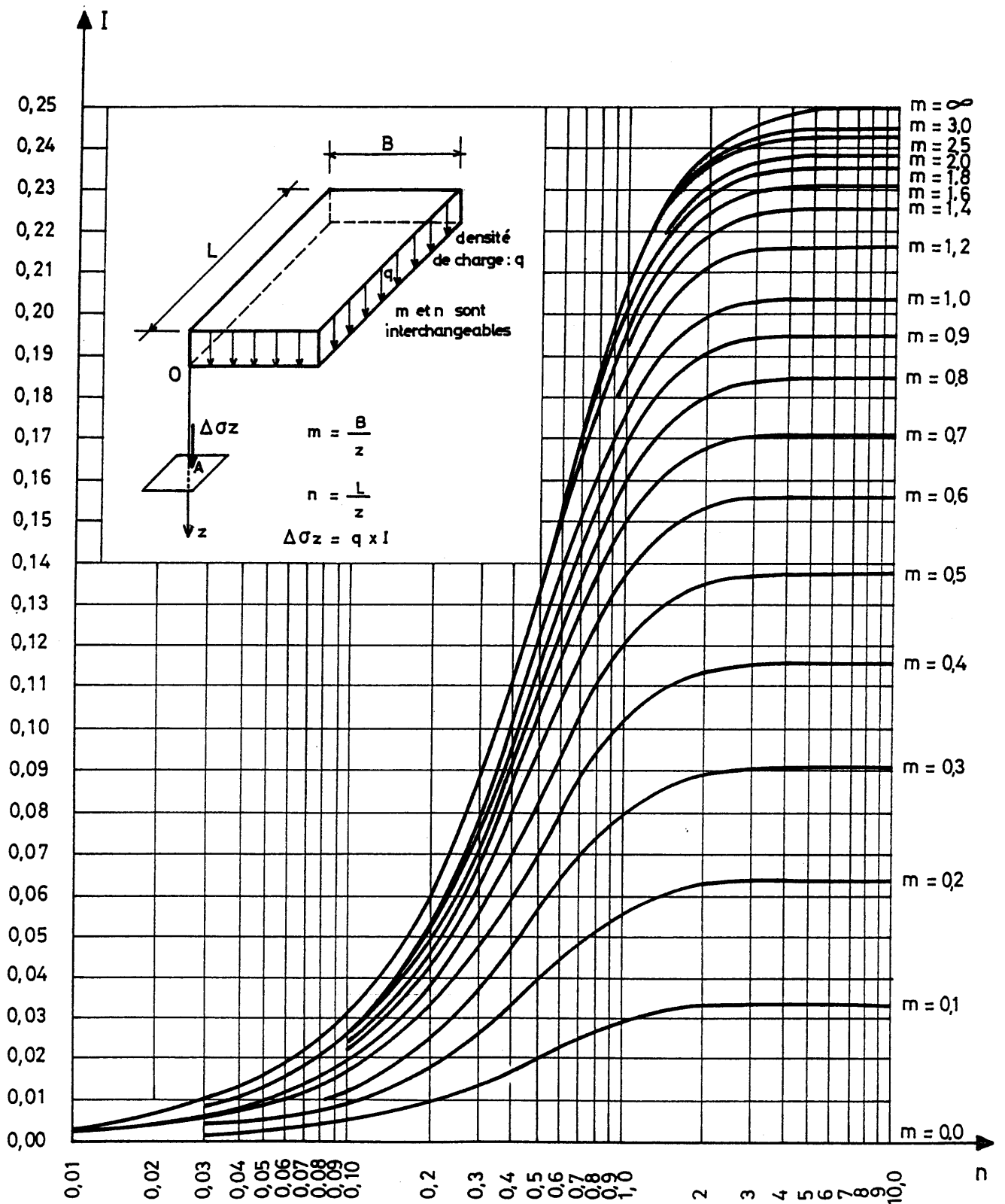
- soit très souple (ouvrage rendu isostatique grâce à des articulations ou à une maçonnerie hourdée au mortier de chaux susceptible d'adaptations très importantes³)
- soit au contraire très rigide : immeuble monolithe en béton armé.

Voir l'annexe 7 : Ordres de grandeur des tassements admissibles.

³ L'église Notre-Dame de la Guadelupe à Mexico, construite au XVII^e siècle présente des tassements différentiels de l'ordre de 1,50 m sans que se soient produites des fissures très graves.

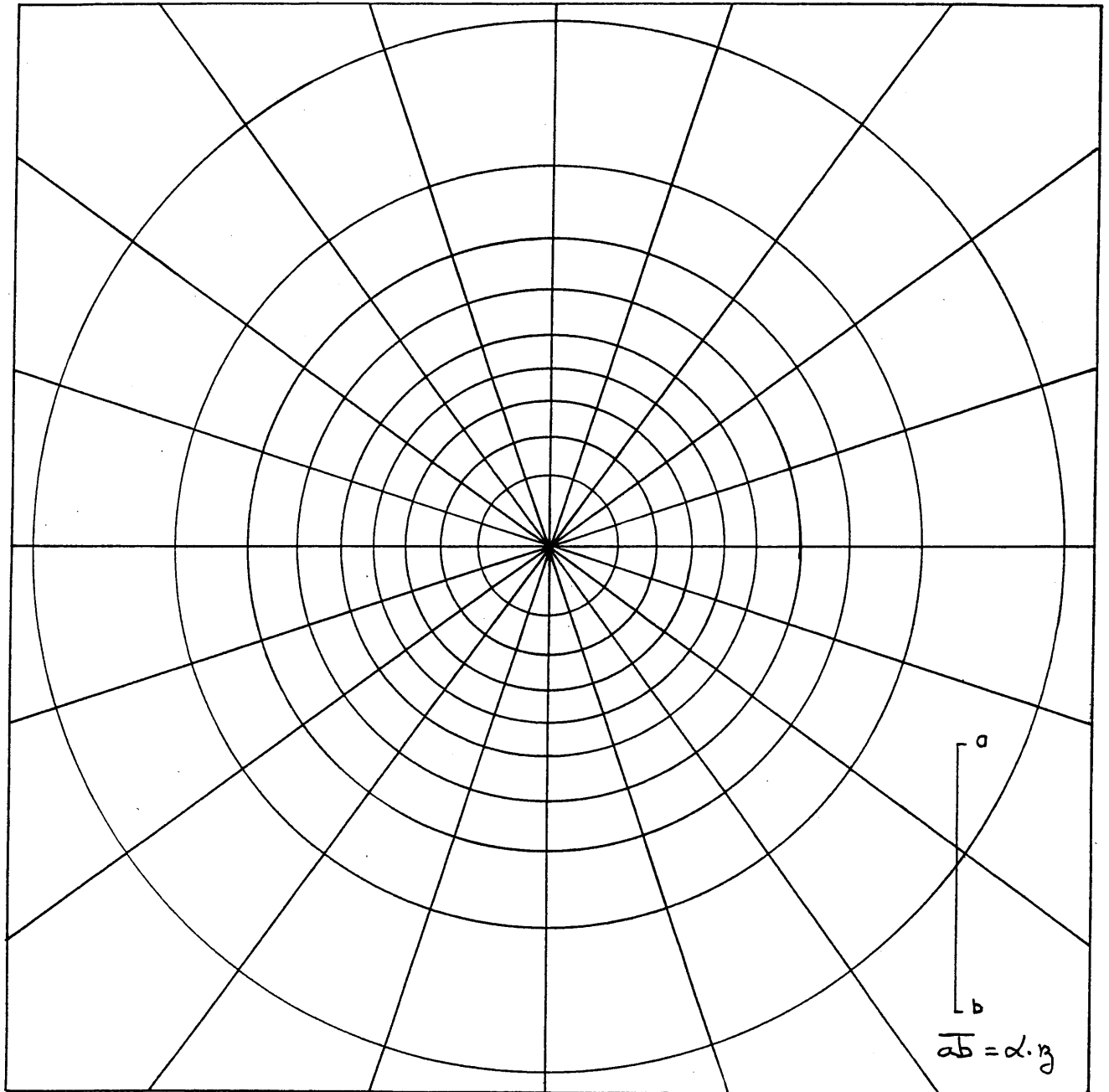
ANNEXE 1

ABaque DE STEINBRENNER



ANNEXE 2

ABaque DE NEWMARK



A utiliser dans le cas de semelles de forme quelconque ou de groupe de semelles fondées à la même profondeur.

q : contrainte uniformément répartie s'exerçant sous la semelle.

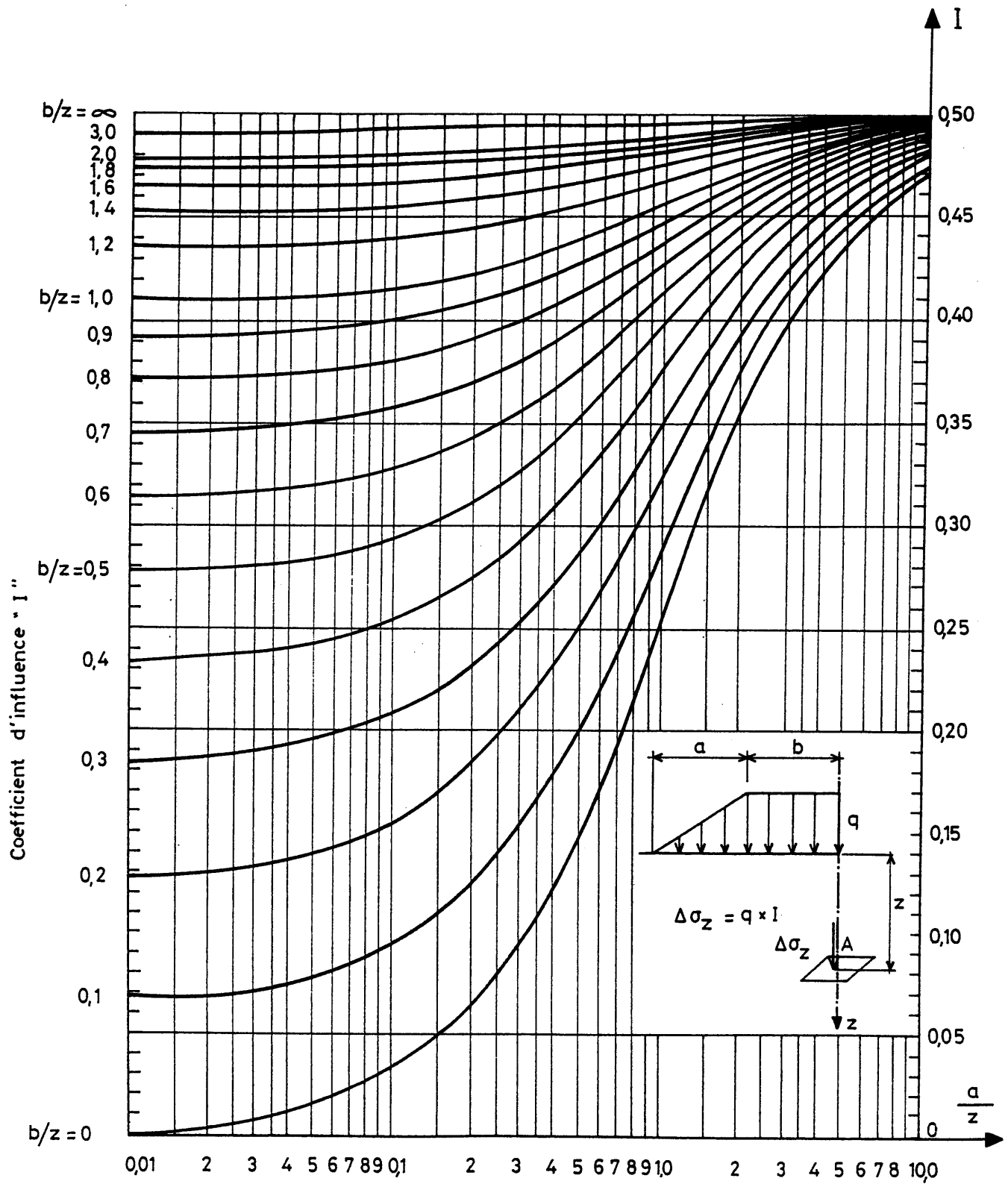
Le point où l'on veut déterminer la contrainte verticale est placé au centre de l'abaque. La fondation est dessinée à une échelle α telle que la profondeur z du point considéré soit représentée par ab . Chaque quadrilatère curviligne correspond à une contrainte de $0,005 q$.

Il suffit de compter le nombre n de quadrilatères recouverts par la fondation pour obtenir la contrainte cherchée : $\Delta\sigma_z = I \cdot q = 0,005 \cdot n \cdot q$

Nota : Il existe aussi des abaques pour lesquels chaque quadrilatère correspond à une contrainte de $0,001 q \Rightarrow \Delta\sigma_z = 0,001 \cdot n \cdot q$

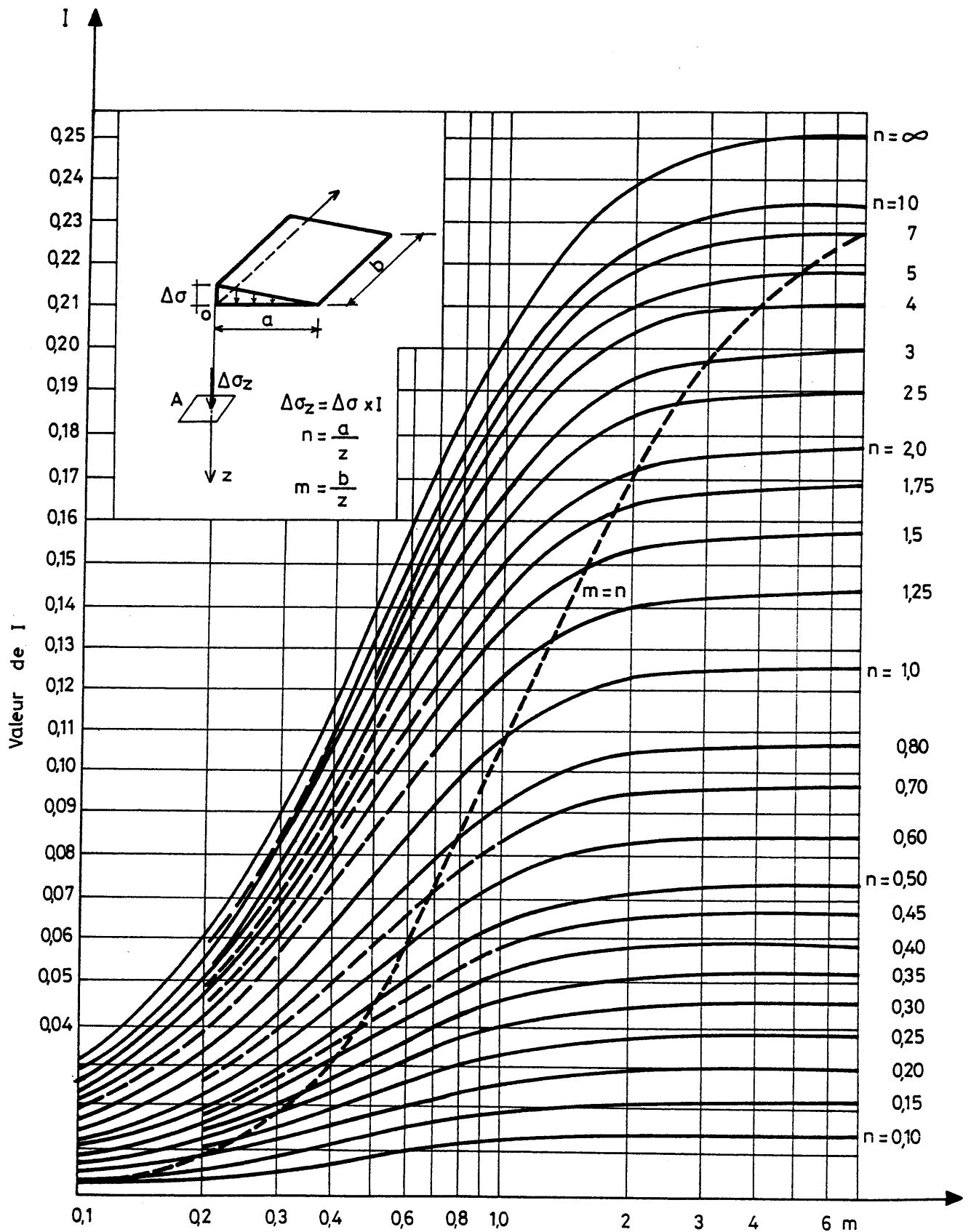
ANNEXE 3

ABaque D'ÖSTERBERG



ANNEXE 4

ABaque DE FADUM



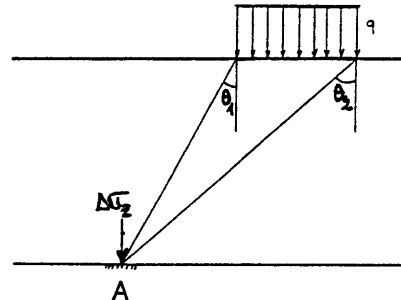
ANNEXE 5

CAS D'UNE CHARGE UNIFORME DE LONGUEUR INFINIE (semelle filante)

On a :

$$I = \frac{1}{\pi} [(\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1)]$$

θ en radians



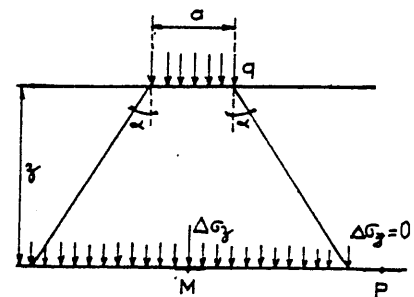
DIFFUSION SIMPLIFIÉE DES CONTRAINTES

Lorsqu'on ne cherche qu'une valeur approximative des contraintes et des tassements, on peut se contenter de la diffusion simplifiée suivante.

On suppose qu'il y a diffusion uniforme des contraintes avec la profondeur, limitée par des droites faisant l'angle α avec la verticale (fig. 13).

$$\Delta\sigma_z = q \frac{a}{a + 2z \tan \alpha} = q \frac{1}{1 + 2 \frac{z}{a} \tan \alpha}$$

La valeur de α est généralement prise égale à 30° ($\tan \alpha = \frac{1}{2}$).



ANNEXE 6

TABLE DE LA FONCTION $U(T_v)$

T_v	U	T_v	U
0,004	0,0795	0,175	0,4718
0,008	0,1038	0,200	0,5041
0,012	0,1248	0,250	0,5622
0,020	0,1598	0,300	0,6132
0,028	0,1889	0,350	0,6582
0,036	0,2141	0,400	0,6973
0,048	0,2464	0,500	0,7640
0,060	0,2764	0,600	0,8156
0,072	0,3028	0,700	0,8559
0,083	0,3233	0,800	0,8874
0,100	0,3562	0,900	0,9119
0,125	0,3989	1,000	0,9313
0,150	0,4370	2,000	0,9942
0,167	0,4610	∞	1,0000

TABLE DE LA FONCTION $T_v(U)$

U	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %	70 %	80 %	90 %	100 %
T_v	0,008	0,031	0,071	0,127	0,197	0,287	0,403	0,567	0,848	∞

$$T_v = \frac{c_v}{d^2} \cdot t \quad c_v = \frac{k \cdot E_{oed}}{\gamma_w}$$

T_v : facteur temps,
 U : degré de consolidation moyen,
 d : distance de drainage
 (= épaisseur de la couche si drainée sur une face)
 c_v : coefficient de consolidation

ANNEXE 7 ORDRES DE GRANDEUR DES TASSEMENTS ADMISSIBLES

Il convient de vérifier le critère de déformabilité ou de tassements admissibles. Ce tassement admissible peut être de l'ordre de quelques millimètres pour certains bâtiments et atteindre plusieurs dizaines de centimètres pour certains réservoirs.

Exemples de tassements admissibles

Type d'ouvrage	Tassement différentiel pour deux points distants de 10 m	Distorsion
Bâtiments d'habitation :		
- normaux	3 à 6 mm	3/10 000 à 6/10 000
- fragiles	3 mm	3/10 000
- souples	7 mm	7/10 000
Constructions industrielles :		
- traditionnelles (charpente métallique ou béton)	10 mm	1/1 000
- traditionnelles avec remplissage fragile	8 mm	0,8/1 000
- traditionnelles sans remplissage	15 mm	1,5/1 000

Le D.T.U. 13.1 – Règles de calcul des fondations superficielles – mentionne : Les tassements maxima et les tassements différentiels doivent être réduits aux valeurs permettant de satisfaire aux conditions suivantes :

- l'ouvrage ne doit pas subir de désordres de structures nuisibles,
- les tassements ne doivent provoquer aucun désordre dans les ouvrages voisins liés ou non à l'ouvrage intéressé,
- ils ne doivent pas perturber le fonctionnement des services utilisateurs.

Recommandations du 4^{ème} congrès international de Mécanique des Sols (Londres 1956)

Type de mouvement	Le tassement doit être limité pour assurer :	Tassement maximal
Tassement total	le drainage	15 à 30 cm
	la facilité d'accès	30 à 60 cm
	une certaine uniformité du tassement	
	- murs en maçonnerie	2 à 5 cm
Tassements différentiels	- poutraison	5 à 10 cm
	- silos, cheminées, radiers	8 à 30 cm
	stabilité au renversement des cheminées et tours	0,004 B
	circulation d'engins	0,01 L
	stabilité des empilages de marchandises	0,01 L
	fonctionnement des machines lourdes (avec possibilité de réglage ultérieur)	0,003 L à 0,0002 L
	fonctionnement des grues sur rail	0,003 L
	écoulement de l'eau dans les canalisations (attention de ne pas modifier les conditions de l'écoulement)	0,01 L à 0,02 L
	la sécurité à l'égard de la fissuration	
	- grands murs de briques	0,0005 à 0,001 L
	- poutres en B.A.	0,0025 à 0,004 L
	- voiles en B.A.	0,003 L
	- poutres continues en acier	0,002 L
	- poutres sur appuis simples en acier	0,005 L

B : diamètre de la fondation,

L : distance entre deux poteaux voisins ou entre deux points soumis aux tassements différentiels.

Nota : Ces valeurs sont des ordres de grandeur. Des conditions particulières peuvent imposer des valeurs de tassements admissibles différentes.

Avril 2006

LA RÉSISTANCE AU CISAILLEMENT – ÉTUDE EN LABORATOIRE

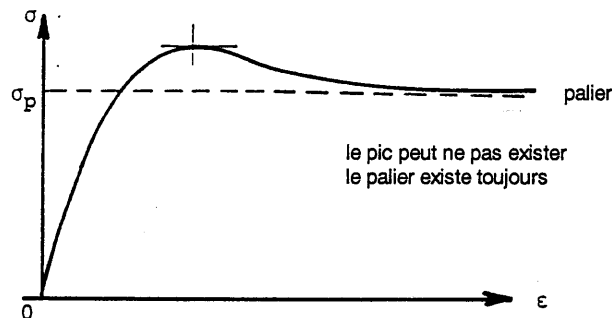
Dans la pratique la résolution d'un problème de Mécanique des Sols consiste successivement à :

- vérifier que la stabilité vis-à-vis de la rupture est assurée avec un coefficient de sécurité satisfaisant.
- s'assurer que le dimensionnement de l'ouvrage est compatible avec les tassements admissibles,

La seconde vérification est l'objet du chapitre précédent, la première est l'objet du présent chapitre.

1 - NOTIONS ÉLÉMENTAIRES SUR LA RUPTURE DES SOLS

Lorsque le chemin expérimental suivi permet de grandes déformations, on obtient une courbe contrainte - déformation (loi de comportement) qui a l'allure de la figure 1.



Courbe contrainte - déformation

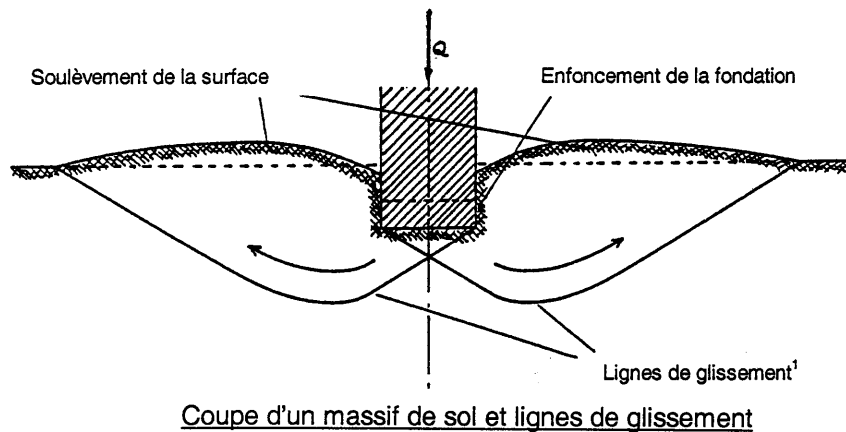
- Figure 1 -

On fait les approximations suivantes :

- dans le domaine des petites déformations : on considère que le comportement est linéaire et on applique la théorie de l'élasticité linéaire.
- dans le domaine des grandes déformations : le comportement est irréversible, on considère que l'on peut utiliser la théorie de la plasticité parfaite.

Considérons un massif de sol chargé et les contraintes qui résultent de ces charges en un point M du massif. En augmentant les charges, on augmente les contraintes. Ces dernières ne peuvent augmenter indéfiniment : en effet, les contraintes de cisaillement atteindront sur certaines faces dites surfaces de glissement ou surface de rupture une limite au-delà de laquelle les particules de sol glisseront les unes sur les autres (fig. 2).

La rupture du sol se produit par glissement relatif des grains les uns par rapport aux autres et non par rupture des grains eux-mêmes.



- Figure 2 -

2 - RAPPELS SUR LES CONTRAINTES - CONVENTIONS

Les méthodes de calcul utilisées habituellement en Mécanique des Sols supposent que le sol est un matériau continu c'est à dire un milieu physique continu dont les transformations sont continues. L'hypothèse est d'autant meilleure que les particules sont petites. C'est une bonne approximation dans le cas des sols cohérents saturés. Par contre, il y a désaccord

- dans le cas de milieux granulaires, parce que le mouvement relatif des grains conduit à des discontinuités de déplacements,
- au moment de la rupture, lorsqu'il y a apparition de surfaces de glissement (surfaces de discontinuité).

Le présent paragraphe fait référence à des notions de mécanique des milieux continus qui seront seulement rappelées, leur démonstration n'entrant pas dans le cadre de cet enseignement.

2 - 1 - DISTRIBUTION DES CONTRAINTES AUTOUR D'UN POINT

2 - 1 - 1 - Tenseur des contraintes

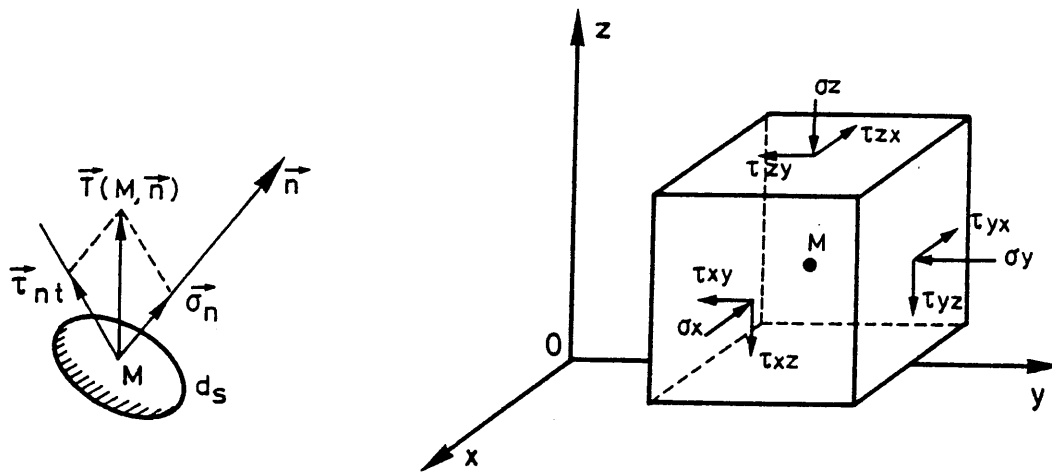
Le vecteur contrainte $\vec{T}(M, \vec{n})$ s'exerçant en M sur une facette dS se décompose suivant la normale \vec{Mn} à la facette et suivant le plan de la facette en une contrainte normale $\vec{\sigma}_n$ et une contrainte tangentielle (fig. 3-a).

En Mécanique des Sols, par convention, on compte positivement les contraintes normales de compression. On associe donc à toute facette une normale rentrante; une contrainte normale positive correspond ainsi à une compression.

On appelle tenseur des contraintes en un point M l'ensemble des contraintes en ce point, obtenu en donnant à la facette (c'est à dire à sa normale \vec{Mn}) toutes les orientations possibles (fig. 3-b).

$$\text{Il est noté : } (\Sigma)_{\{M,xyz\}} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

¹ On appelle ligne de glissement la trace, dans le plan d'étude, des surfaces de glissements.



a - Vecteur contrainte

b - Composantes du tenseur des contraintes en un point M

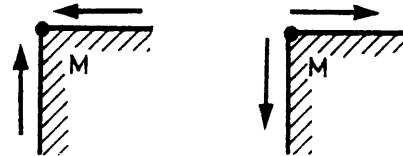
- Figure 3 -

Sur deux facettes perpendiculaires les composantes des contraintes tangentielles normales à l'arête commune sont dirigées toutes deux soit vers l'arête commune soit en sens inverse et elles ont même intensité (fig. 4). Le tenseur des contraintes est donc symétrique.

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz}$$

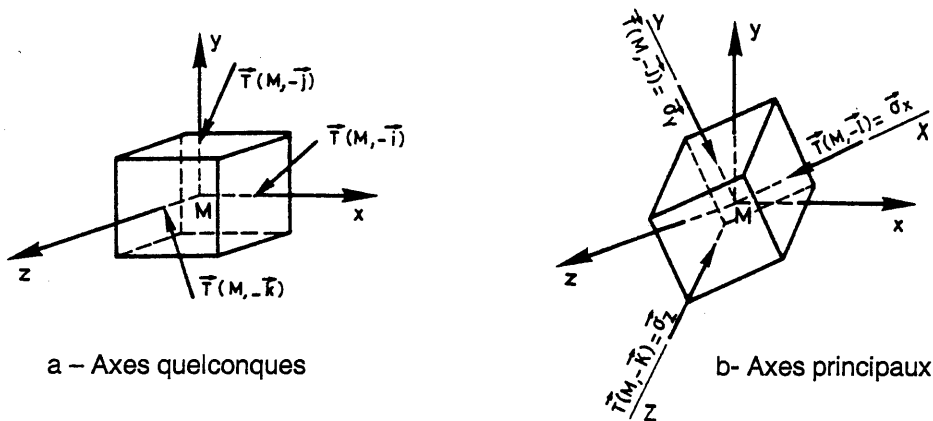


Contraintes de cisaillement sur deux facettes perpendiculaires

- Figure 4 -

Il existe en tout point M du milieu trois plans privilégiés pour lesquels la contrainte se réduit à une contrainte normale σ ($\tau = 0$). Ces plans sont appelés plans principaux, leurs normales directions principales et les contraintes correspondantes contraintes principales (majeure, intermédiaire, mineure) (fig. 5). On les note :

$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \quad (\text{par convention on pose } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3)$$



a - Axes quelconques

b- Axes principaux

Contraintes sur un prisme élémentaire

- Figure 5 -

Les directions principales forment un trièdre trirectangle. Sur celui-ci on peut définir un repère direct appelé repère principal, noté $\{M, XYZ\}$. Dans le repère principal, le tenseur des

contraintes est diagonal, il s'écrit : $(\Sigma)_{\{M, XYZ\}} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$

Les axes étant quelconques, repère $\{M, xyz\}$, sur une facette dont le vecteur normal unitaire \bar{n} a pour composantes (α, β, γ) s'exerce une contrainte qui a pour composantes dans le repère $\{O, xyz\}$ (relations de CAUCHY) :

$$\bar{T}(M, \bar{n}) \begin{cases} f = \alpha \cdot \sigma_x + \beta \cdot \tau_{xy} + \gamma \cdot \tau_{xz} \\ g = \alpha \cdot \tau_{xy} + \beta \cdot \sigma_y + \gamma \cdot \tau_{yz} \\ h = \alpha \cdot \tau_{xz} + \beta \cdot \tau_{yz} + \gamma \cdot \sigma_z \end{cases}$$

ou encore, sous forme matricielle :

$$\bar{T}(M, \bar{n}) = (\Sigma) \cdot \bar{n}$$

2 - 1 - 2 - Représentation plane : cercle de Mohr

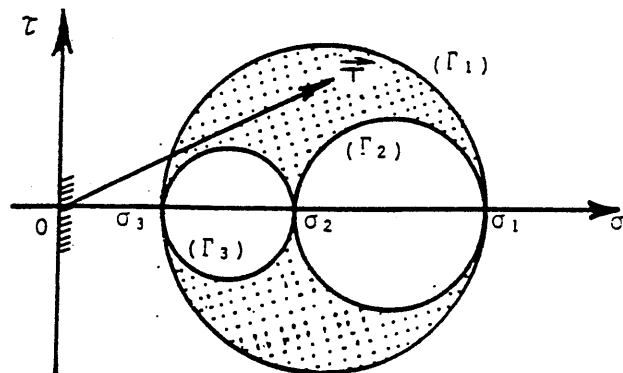
La représentation de Mohr est une représentation plane du tenseur des contraintes dans des axes liés à la facette :

- axe des abscisses ($\overrightarrow{O\sigma}$) confondu avec la normale à la facette,
- axe des ordonnées ($\overrightarrow{O\tau}$) se déduisant de ($\overrightarrow{O\sigma}$) par une rotation de $+\pi/2$, il est confondu avec le support de la composante tangentielle de la contrainte.

Lorsque la facette tourne autour de M, l'extrémité du vecteur contrainte reste située, dans le plan de Mohr, à l'intérieur de deux triangles curvilignes délimités par trois cercles (Γ_1), (Γ_2), (Γ_3) centrés sur ($\overrightarrow{O\sigma}$) et appelés cercles de Mohr (fig. 6).

Ces cercles ont pour diamètre

$(\sigma_1 - \sigma_2)$, $(\sigma_2 - \sigma_3)$, $(\sigma_1 - \sigma_3)$.



Cercles de Mohr

- Figure 6 -

2 - 1 - 3 - Problèmes à deux dimensions

- La plupart des problèmes de Mécanique des Sols sont traités à deux dimensions
- soit parce que les ouvrages considérés ont une géométrie constante dans les plans perpendiculaires à la contrainte intermédiaire σ_2 et qu'ils sont suffisamment longs (talus, remblais, semelles filantes, murs, ...),
- soit qu'il existe une symétrie de révolution (fondations circulaires, pieux, ...).

On se place dans un plan privilégié perpendiculaire à la contrainte principale intermédiaire. Ce plan d'étude (π) contient donc à la fois les contraintes principales majeure et mineure σ_1 et σ_3 , la normale (\bar{Mn}) considérée et le vecteur contrainte $\bar{T}(M, \bar{n})$.

Lorsque la facette tourne autour du point M, l'extrémité du vecteur contrainte décrit le cercle de Mohr de diamètre $(\sigma_1 - \sigma_3)$.

2 - 1 - 4 - Composantes d'une contrainte s'exerçant sur une facette donnée (cas bidimensionnel)²

2 - 1 - 4 - 1 - Prenons pour repère de référence $\{M, xy\}$ (fig. 7).

La matrice, supposée connue, du tenseur des contraintes s'écrit : $(\Sigma) = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix}$

La normale \bar{Mn} à la facette considérée fait un angle θ avec l'axe $\bar{Mx} \Rightarrow \bar{n} \begin{cases} \alpha = \cos \theta \\ \beta = \sin \theta \end{cases}$

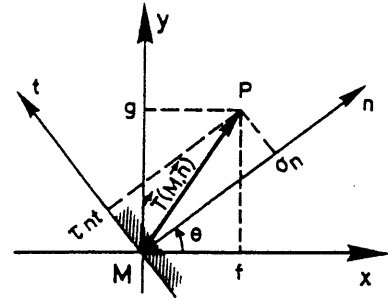
² voir sur l'intranet pédagogique de l'INSA : Géotechnique 1 - Cercle de Mohr (J. Lérau) présente une animation relative à ce paragraphe

On a :

Composantes de $\vec{T}(M, \vec{n})$ dans $\{M, xy\}$:

$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$$

$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x \cos \theta + \tau_{xy} \sin \theta \\ \tau_{xy} \cos \theta + \sigma_y \sin \theta \end{pmatrix}$$



- Figure 7 -

Composantes de $\vec{T}(M, \vec{n})$ dans $\{M, nt\}$:

$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \begin{pmatrix} \sigma_n \\ \tau_{nt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}$$

d'où :

$\vec{T}(M, \vec{n})$	$\sigma_n = \sigma_x \cdot \cos^2 \theta + \sigma_y \cdot \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$ $\tau_{nt} = (\sigma_y - \sigma_x) \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta + \tau_{xy} \cdot (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$
-----------------------	---

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos 2\theta$$

d'où :

$\vec{T}(M, \vec{n})$	$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(-2\theta) + \tau_{xy} \cos(-2\theta + \frac{\pi}{2})$ $\tau_{nt} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(-2\theta) + \tau_{xy} \sin(-2\theta + \frac{\pi}{2})$
-----------------------	--

Les deux équations représentent la projection sur les axes $\vec{O}\sigma$ et $\vec{O}\tau$ de la relation vectorielle :

$$\vec{OP} = \vec{OI} + \vec{IQ} + \vec{QP}$$

Elles constituent l'équation d'un cercle en coordonnées paramétriques.

Ce cercle, centré en I ($\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0$) sur \vec{Mn} , a pour rayon l'hypoténuse du triangle rectangle IQP;

$$\vec{IP} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Lorsque dans le plan physique la normale \vec{Mn} à la facette tourne d'un angle θ , le rayon \vec{IP} du cercle de Mohr tourne de -2θ .

Détermination des contraintes principales et des directions principales

On peut déterminer les directions principales

1° En exprimant que $\tau_{nt} = 0 \Rightarrow \tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$

On obtient des valeurs de θ définies à $k \frac{\pi}{2}$ près. En reportant deux valeurs de θ définies

à $\frac{\pi}{2}$ près dans l'expression de σ_n , on obtient les contraintes principales σ_1 et σ_3 .

2° On peut également diagonaliser la matrice (Σ) .

Les valeurs propres donnent les contraintes principales : $\det[(\Sigma) - \lambda(I)] = 0$

Les vecteurs propres donnent les directions principales : $\vec{T}(M, \vec{n}) = (\Sigma) \vec{n} = \sigma_n \cdot \vec{n}$

(on exprime que le vecteur contrainte cherché est porté par la normale \vec{n})

2 - 1 - 4 - 2 - Prenons maintenant pour repère de référence le repère principal $\{M, XY\}$ (fig. 8).

La matrice, supposée connue, du tenseur des contraintes s'écrit : $(\Sigma) = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$

La contrainte $\vec{\sigma}_1$ est portée par \vec{MX} et $\vec{\sigma}_3$ par \vec{MY} .

La normale \vec{Mn} à la facette considérée fait un angle θ avec l'axe \vec{MX} .

On a :

Composantes de $\vec{T}(M, \vec{n})$ dans $\{M, XY\}$:

$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \cos \theta \\ \sigma_3 \sin \theta \end{pmatrix}$$

Composantes de $\vec{T}(M, \vec{n})$ dans $\{M, nt\}$:

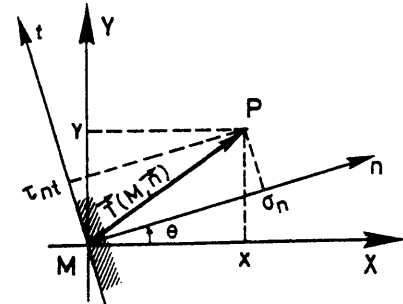
$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \begin{pmatrix} \sigma_n \\ \tau_{nt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

$$\vec{T}(M, \vec{n}) \left| \begin{array}{l} \sigma_n = \sigma_1 \cdot \cos^2 \theta + \sigma_3 \cdot \sin^2 \theta \\ \tau_{nt} = (\sigma_3 - \sigma_1) \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \end{array} \right.$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \quad \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

d'où

$$\vec{T}(M, \vec{n}) \left| \begin{array}{l} \sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos(-2\theta) \\ \tau_{nt} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin(-2\theta) \end{array} \right.$$



- Figure 8 -

Les deux équations représentent la projection sur les axes $\vec{O\sigma}$ et $\vec{O\tau}$ de la relation vectorielle :

$$\vec{OP} = \vec{OI} + \vec{IP}$$

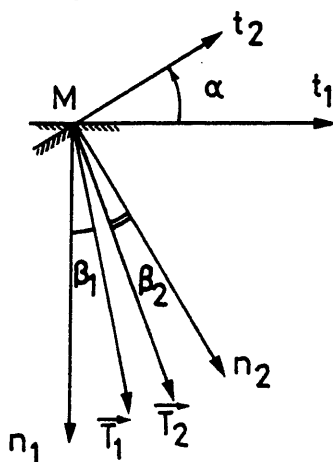
Elles constituent l'équation d'un cercle en coordonnées paramétriques.

Ce cercle, centré en I $(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, 0)$ sur \vec{Mn} , a pour rayon $\vec{IP} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$.

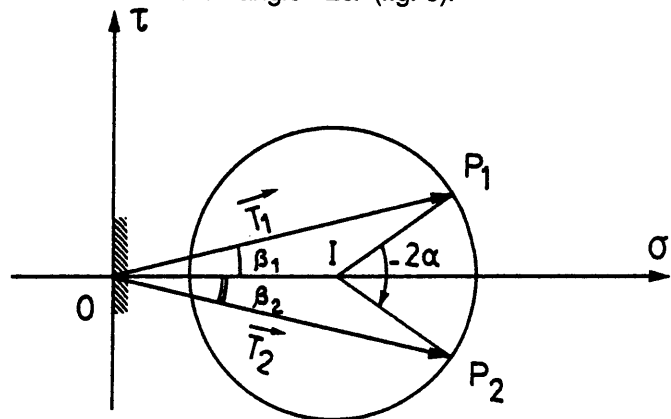
Lorsque dans le plan physique la normale \vec{Mn} à la facette tourne d'un angle θ , le rayon \vec{IP} du cercle de Mohr tourne de -2θ .

Propriété importante :

P étant l'extrémité du vecteur contrainte, lorsque la normale à la facette, \vec{Mn} , tourne autour de M d'un angle α , le rayon \vec{IP} du cercle de Mohr tourne d'un angle -2α (fig. 9).



- a - Plan physique (π)



- b - Plan de Mohr

Vecteurs contraintes s'exerçant sur deux facettes faisant entr'elles un angle α

- Figure 9 -

2 - 2 - ÉQUATIONS DE L'ÉQUILIBRE LOCAL

L'équilibre statique d'un parallélépipède élémentaire au sein d'un milieu continu, s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - X = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - Y = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - Z = 0 \end{cases}$$

où X, Y et Z désignent les composantes des forces de volume \vec{F} .
ou encore, sous forme matricielle :

$$\overrightarrow{\text{div}}(\Sigma) - \vec{F} = \vec{0}$$

Dans le cas d'un problème bidimensionnel, il vient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - X = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - Y = 0 \end{cases}$$

La plupart du temps les forces de volume se réduisent aux forces de pesanteur. Si l'axe \vec{Oy} est pris vertical ascendant, $X = 0$ et $Y = -\gamma$ (γ désignant le poids volumique du sol).

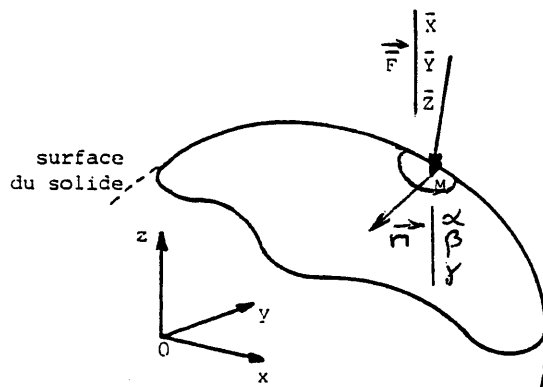
2 - 3 - CONDITIONS AUX LIMITES

L'équilibre d'un élément de volume débouchant à la surface du solide fournit les conditions aux limites (fig. 10).

On écrit l'identité : $(\Sigma) \cdot \vec{n} = \vec{F}$

$$\begin{cases} \alpha \cdot \sigma_x + \beta \cdot \tau_{xy} + \gamma \cdot \tau_{xz} = \bar{X} \\ \alpha \cdot \tau_{xy} + \beta \cdot \sigma_y + \gamma \cdot \tau_{yz} = \bar{Y} \\ \alpha \cdot \tau_{xz} + \beta \cdot \tau_{yz} + \gamma \cdot \sigma_z = \bar{Z} \end{cases}$$

en appelant \bar{X} , \bar{Y} et \bar{Z} les composantes de la force extérieure \vec{F} appliquée à l'unité de surface du corps et en désignant par α , β et γ les cosinus directeurs de la normale à la facette de l'élément appartenant à la surface du solide.



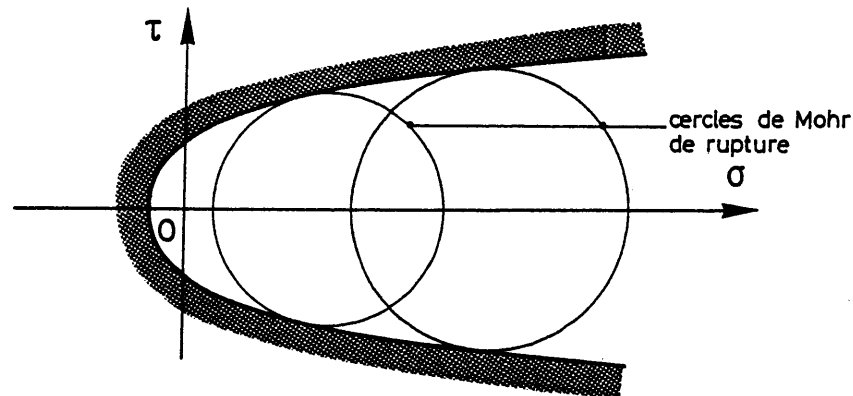
Vecteur contrainte à la surface du solide

- Figure 10 -

3 - CRITÈRE DE MOHR-COULOMB

3 - 1 - NOTION DE COURBE INTRINSÈQUE

En Mécanique des Sols on utilise la notion de courbe intrinsèque due à Caquot. La théorie est applicable à un matériau homogène et isotrope. Dans le plan de Mohr (σ , τ) la limite d'écoulement est représentée par une courbe, appelée courbe intrinsèque, qui sépare la zone des états de contrainte possibles de la zone des états de contrainte impossibles à développer dans le matériau, l'écoulement se produisant avant (fig. 11).



Courbe intrinsèque

- Figure 11 -

La courbe intrinsèque est l'enveloppe des cercles de Mohr pour lesquels débute l'écoulement du matériau (cercles de Mohr de rupture). Lorsqu'un cercle est tangent à la courbe intrinsèque, l'écoulement se produit par glissement suivant la direction de la facette qui correspond au point de contact entre le cercle et la courbe.

Pour les sols sa détermination expérimentale de la courbe intrinsèque est relativement aisée.

3 - 2 - CRITÈRE DE COULOMB

L'expérience montre que la courbe intrinsèque d'un sol est constituée par deux demi-droites symétriques par rapport à l'axe ($\overrightarrow{O\sigma'}$) appelées droites de Coulomb.

Sols pulvérulents : les demi-droites passent par l'origine des axes.

Sols cohérents : les demi-droites ne passent par l'origine des axes → il existe une résistance au cisaillement sous contrainte normale nulle : la cohésion, notée c' .

L'angle des demi-droites avec ($\overrightarrow{O\sigma'}$), noté φ' , est appelé angle de frottement interne.

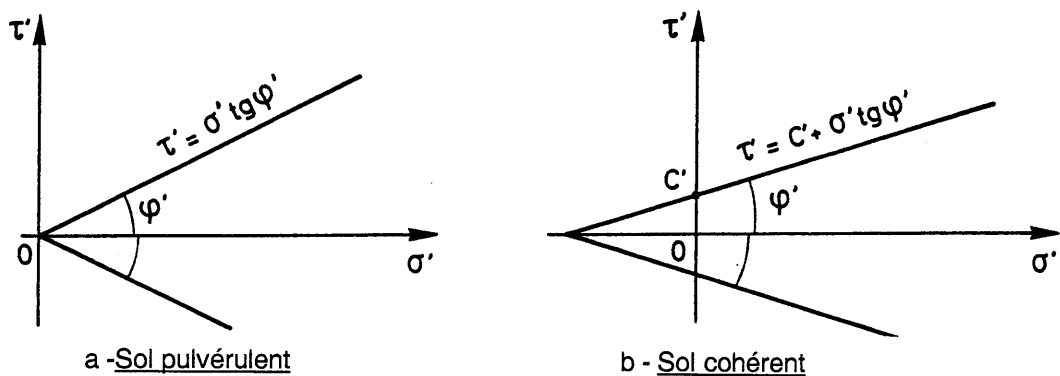
Equation des droites :

pour les sols pulvérulents : $|\tau'_f| = \sigma' \cdot \tan \varphi'$ (fig. 12-a)

pour les sols cohérents : $|\tau'_f| = c' + \sigma' \cdot \tan \varphi'$ (fig. 12-b)

τ'_f : contrainte tangentielle de rupture.

Les deux demi-droites constituant la courbe intrinsèque sont appelées aussi droite de Coulomb. Il s'agit d'une loi de plasticité parfaite nommée critère de Coulomb.



a - Sol pulvérulent

b - Sol cohérent

Plan de Mohr - Droites de Coulomb

- Figure 12 -

Angle de frottement interne du sable :

L'angle de frottement interne a la même valeur que le sable soit sec, humide ou saturé. La raison en est que le frottement entre les grains n'est pas altéré ou modifié par la présence d'eau et que la perméabilité des sables est suffisamment grande pour qu'aucune surpression

interstitielle ne puisse s'y développer (sauf cas particulier des séismes et des chargements très rapides).

Pour les sables, Kérisel a donné la formule : $e \cdot \tan \varphi' = K$ avec $K = 0,55$.

Pour $0,45 < e < 1$ on obtient $29^\circ < \varphi' < 50^\circ$

Angle de talus naturel (sable) :

Considérons un talus de sable sec d'angle β . A la profondeur h , sur un plan parallèle à la pente la contrainte est verticale et a pour composantes (fig. 13) :

$$\begin{cases} \sigma'_n = \gamma \cdot h \cdot \cos^2 \beta \\ \tau'_{nt} = \gamma \cdot h \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \end{cases}$$

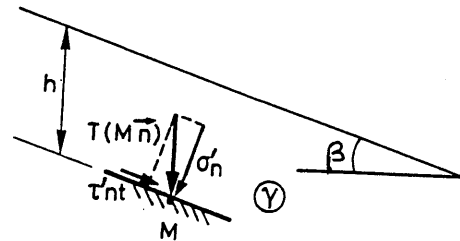
Soit φ' l'angle de frottement interne du sable, pour que le sable reste en équilibre il faut que :

$$\tau'_{nt} \leq \tau'_f = \sigma'_n \cdot \tan \varphi' \quad \Rightarrow$$

$$\gamma \cdot h \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \leq \gamma \cdot h \cdot \cos^2 \beta \cdot \tan \varphi'$$

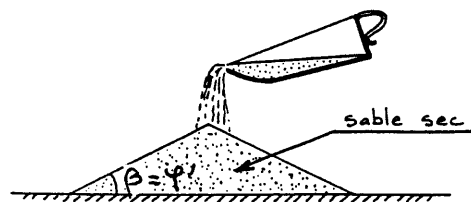
$$\text{d'où : } \tan \beta \leq \tan \varphi' \Rightarrow \beta \leq \varphi'$$

φ' correspond à l'angle de talus naturel : c'est la pente limite que prendra un talus en sable sec avec le temps. Cette pente correspond généralement à une valeur minimale de l'angle de frottement interne du matériau³ (fig. 14).



Contrainte s'exerçant sur une facette parallèle à la pente

- Figure 13 -



Angle de talus naturel

- Figure 14 -

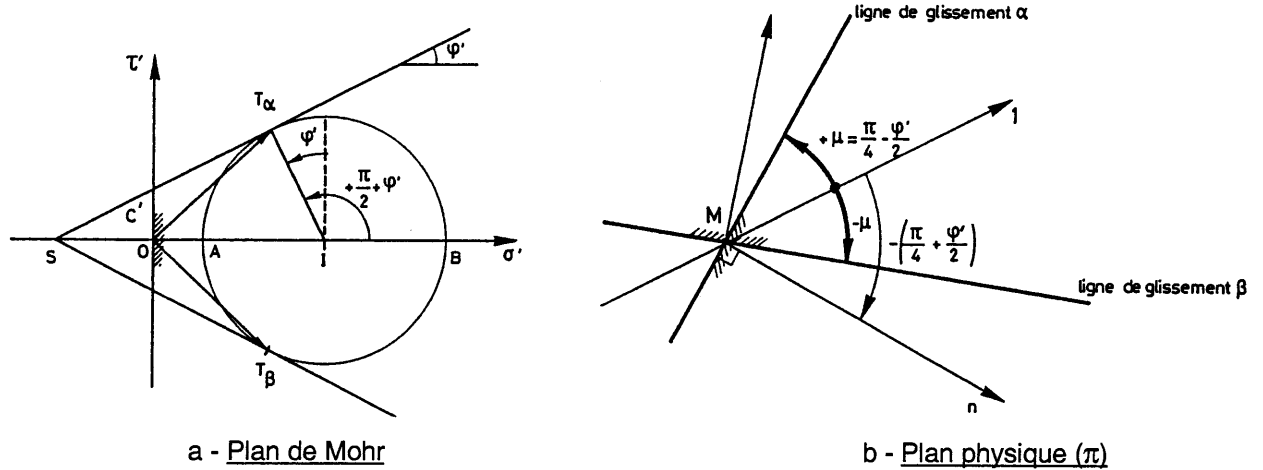
3 - 3 - LIGNES DE GLISSEMENT

On appelle ligne de glissement la trace, dans le plan d'étude, des plans de glissements (plans de rupture).

Soit un massif de sol homogène de caractéristiques mécaniques c' et φ' en état de rupture. Supposons connues, en un point M, les contraintes principales et les directions principales. Traçons un cercle de Mohr de rupture correspondant (fig. 15-a). Les propriétés géométriques du cercle de Mohr permettent de déterminer l'orientation des normales aux lignes de glissement puis les lignes de glissement elles-mêmes.

On observe que les lignes de glissement forment toujours avec la contrainte principale majeure un angle $\pm \mu = \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$ (fig. 15-b). μ , appelé angle de glissement est uniquement fonction de φ' , il est indépendant de la cohésion c' du sol et de l'état de contrainte.

³ φ' dépend de l'état de compacité du sable



- Figure 15 -

|| 3 - 4 - RELATIONS ENTRE CONTRAINTES PRINCIPALES AU MOMENT DE LA RUPTURE

Exprimons que le cercle de Mohr est tangent à la courbe intrinsèque (fig. 16) :

$$\overline{IT} = \overline{IR} + \overline{RT} \Rightarrow$$

$$\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \sin \varphi' + c' \cdot \cos \varphi'$$

$$\sigma'_1 (1 - \sin \varphi') = \sigma'_3 (1 + \sin \varphi') + 2c' \cdot \cos \varphi'$$

$$\sigma'_1 = \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \sigma'_3 + 2c' \frac{\cos \varphi'}{1 - \sin \varphi'}$$

En posant $\tan \frac{\varphi'}{2} = t$ on a :

$$\sin \varphi' = \frac{2t}{1+t^2} \quad \text{et} \quad \cos \varphi' = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \text{il vient :}$$

$$\frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} = \frac{1 + \frac{2t}{1+t^2}}{1 - \frac{2t}{1+t^2}} = \frac{1+t^2+2t}{1+t^2-2t} = \left(\frac{1+t}{1-t} \right)^2 = \left(\frac{\tan \frac{\pi}{4} + \tan \frac{\varphi'}{2}}{1 - \tan \frac{\pi}{4} \cdot \tan \frac{\varphi'}{2}} \right)^2 = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$$

et

$$\frac{\cos \varphi'}{1 - \sin \varphi'} = \frac{\frac{1-t^2}{1+t^2}}{1 - \frac{2t}{1+t^2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2-2t} = \frac{(1+t)(1-t)}{(1-t)^2} = \left(\frac{1+t}{1-t} \right) = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$$

d'où :

$$\sigma'_1 = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) \sigma'_3 + 2c' \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$$

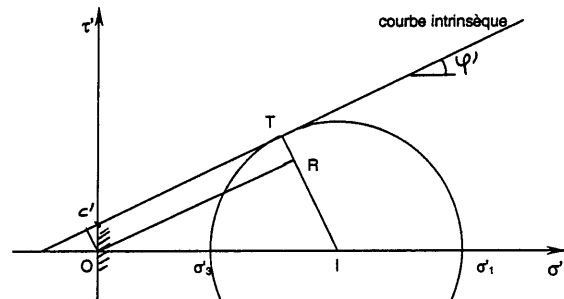
De façon analogue : $\sigma'_3 = \frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi'} \sigma'_1 - 2c' \frac{\cos \varphi'}{1 + \sin \varphi'}$

On montre que : $\frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi'} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$ et $\frac{\cos \varphi'}{1 + \sin \varphi'} = \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$

d'où :

$$\sigma'_3 = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right) \sigma'_1 - 2c' \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$$

avec :



- Figure 16 -

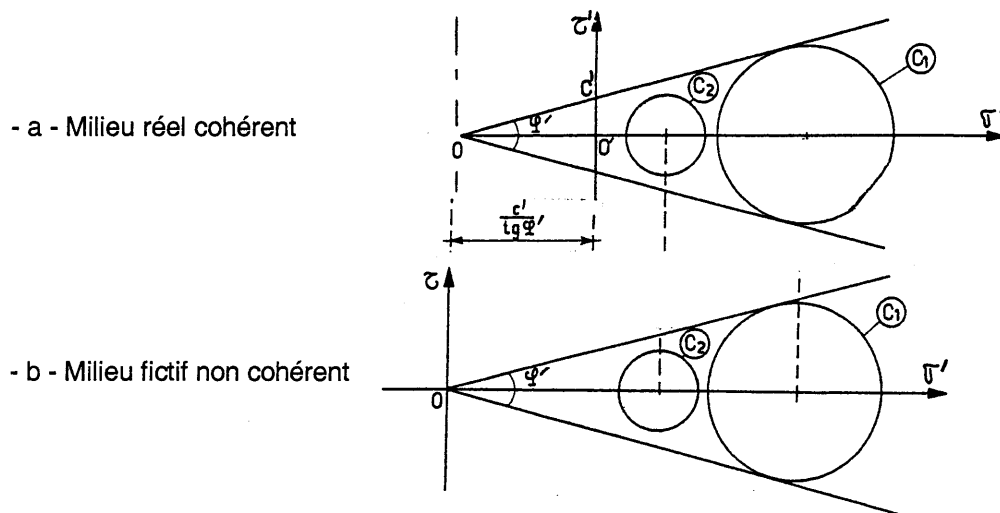
$$\frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) = \cot^2 \mu \quad \text{et} \quad \frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi'} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right) = \tan^2 \mu$$

3 - 5 - THÉORÈME DES ÉTATS CORRESPONDANTS

La figure 17-a représente la courbe intrinsèque d'un sol cohérent et frottant ($c' \neq 0$; $\varphi' \neq 0$) avec deux cercles de Mohr, C_1 (correspondant à un point en équilibre limite) et C_2 (correspondant à un point en équilibre surabondant).

La figure 17-b représente la courbe intrinsèque d'un sol pulvérulent ($c = 0$) de même angle de frottement interne que le sol précédent. L'axe $\overrightarrow{O\tau}$ a subi une translation égale à $\overrightarrow{OO'}$. L'état du sol vis-à-vis de la rupture est identique dans les deux cas. Opérer une translation de l'axe $\overrightarrow{O\tau}$, de module $c'/\tan \varphi'$, revient à appliquer une contrainte normale supplémentaire d'intensité égale à $c'/\tan \varphi'$ sur chaque facette de chaque point, quelle que soit sa direction. Il s'agit d'une contrainte isotrope, d'où le théorème des états correspondants, dû à Caquot :

Un milieu cohérent et frottant est équivalent à (peut être transformé en) un milieu pulvérulent de même angle de frottement interne à condition d'appliquer sur la surface limite du massif d'une pression hydrostatique d'intensité égale à $c'/\tan \varphi'$.



Théorème des états correspondants

- Figure 17 -

4 - MESURE AU LABORATOIRE DES CARACTÉRISTIQUES DE RUPTURE

Les essais sont réalisés sur des éprouvettes prélevées sur des carottes de sondages. L'échantillon est donc décomprimé puisqu'il est soumis à une contrainte totale nulle. L'eau interstitielle est alors mise en tension. Pour un essai donné, les éprouvettes doivent être aussi semblables que possible.

On effectue une remise sous contrainte qui a pour but, en revenant aux conditions in-situ de pression interstitielle et de contrainte effective, de modifier le moins possible les valeurs des paramètres qui pourraient influencer sur la résistance au cisaillement. Cette remise sous contraintes est effectuée avant tout essai de résistance au cisaillement et particulièrement dans le cas des essais lents, c'est à dire drainés.

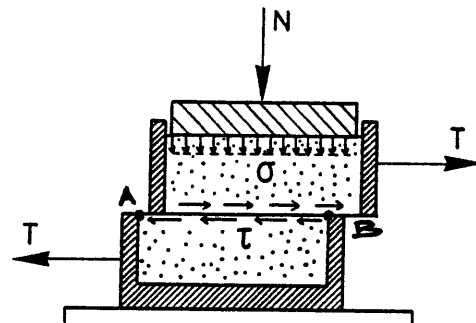
Pour déterminer les droites de Coulomb, deux types d'appareils sont couramment utilisés :

- l'appareil de cisaillement direct ou appareil de Casagrande,
- l'appareil triaxial.

4 -1 - APPAREIL DE CISAILLEMENT DIRECT

L'essai consiste à soumettre le sol à un cisaillement direct, rectiligne, suivant un plan imposé.

L'éprouvette de sol (section circulaire ou carrée, épaisseur ≈ 4 cm) est placée à l'intérieur deux demi-boîtes qui peuvent se déplacer horizontalement l'une par rapport à l'autre. Un piston permet d'exercer sur le sol un effort normal N constant pendant toute la durée de l'essai (fig. 18).



Boîte de cisaillement

- Figure 18 -

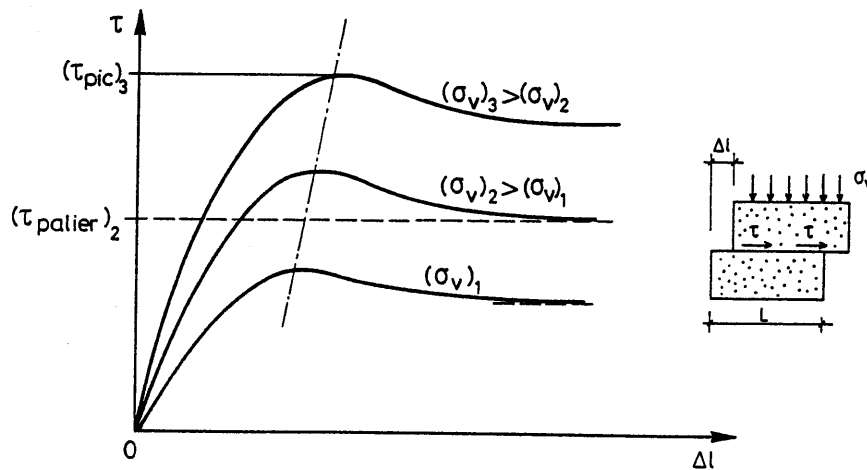
Une demi-boîte est entraînée horizontalement à vitesse constante. La force de cisaillement T est mesurée à l'aide d'un anneau dynamométrique. Un capteur de déplacements permet de déterminer le déplacement relatif des deux demi-boîtes, un second capteur, vertical, permet de mesurer la variation de hauteur de l'échantillon (tassement ou gonflement).

On exerce sur le plan de séparation AB des deux demi-boîtes une contrainte dont les composantes normale et tangentielle ont pour valeur moyenne :

$$\sigma = \frac{N}{S_c} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{T}{S_c} \quad S_c : \text{section corrigée de l'éprouvette}$$

L'essai consiste à faire croître T jusqu'à la rupture, N étant maintenu constant au cours de l'essai.

L : longueur (ou diamètre) de l'échantillon ΔL : déplacement relatif horizontal



Courbes contrainte - déplacement

- Figure 19 -

En supposant les contraintes uniformément réparties sur la surface de rupture, on détermine la contrainte de cisaillement à la rupture τ_f (ou résistance au cisaillement) pour une con-

trainte normale donnée σ . A chaque essai correspond, dans le plan de Mohr $\{O, \sigma\tau\}$, un point de la courbe intrinsèque de coordonnées (σ, τ_f) . La courbe intrinsèque est obtenue en portant pour plusieurs essais, effectués avec des valeurs de σ différentes, les points correspondant à la rupture dans le plan de Mohr.

Dans l'essai de cisaillement direct les conditions de drainage ne sont pas maîtrisées, elles dépendent de la perméabilité du sol et de la vitesse d'essai.

Cas des sols grenus :

La perméabilité étant élevée, les contraintes appliquées sont des contraintes effectives et les caractéristiques déterminées c' et ϕ' sont des caractéristiques du comportement à long terme.

Cas des sols fins saturés : Le cisaillement commence après que l'échantillon ait été consolidé sous l'effet de la contrainte normale. La vitesse de cisaillement très lente (de l'ordre du $\mu\text{m}/\text{mn}$). Dans ces conditions les contraintes produites sont des contraintes effectives et les caractéristiques déterminées sont les caractéristiques c' et ϕ' du comportement à long terme.

4 - 2 - APPAREIL TRIAXIAL

4 - 2 - 1 - Description

L'essai est réalisé sur des éprouvettes cylindriques de sol saturé. L'éprouvette est placée dans une cellule cylindrique remplie d'eau (fig. 20). La surface latérale de l'éprouvette est entourée d'une membrane en caoutchouc étanche. Des pierres poreuses saturées placées aux extrémités de l'éprouvette peuvent être mises en communication avec l'extérieur de la cellule afin d'assurer le drainage en cours d'essai. Elles peuvent également être reliées à un appareil de mesure de la pression interstitielle.

L'essai comporte deux phases au cours desquelles l'éprouvette est soumise à :

- une pression hydrostatique σ_0 , appelée pression cellulaire
- à laquelle se superpose une contrainte axiale d'intensité $\frac{F}{S}$, appelée déviateur et notée

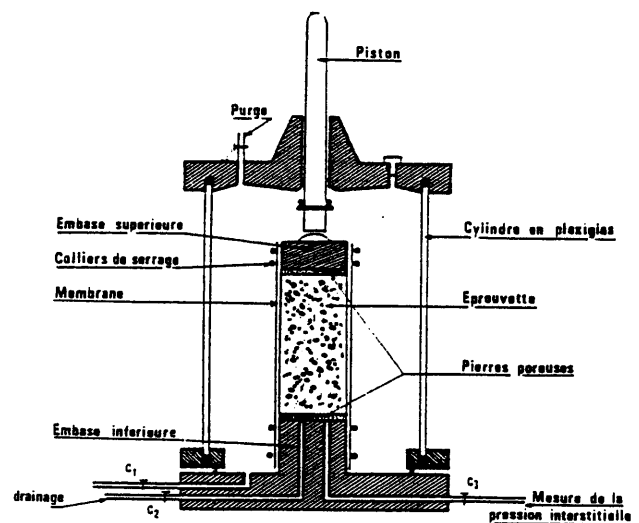
q , appliquée par l'intermédiaire d'un piston. La contrainte axiale totale est alors : $\sigma_a = \sigma_0 + \frac{F}{S}$

Le système est à symétrie axiale. Dans l'échantillon les contraintes principales sont en tout point égales à (fig. 21 - a) :

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_a \\ \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_0 \end{cases}$$

Ce sont des contraintes imposées. On peut raisonner sur un plan diamétral de l'éprouvette (vertical, passant par l'axe de l'éprouvette), le problème est alors ramené à un problème bidimensionnel.

L'essai consiste à faire croître le déviateur (égal à $\sigma_1 - \sigma_3$), en soumettant l'éprouvette à une vitesse de déformation axiale constante, jusqu'à la rupture; la pression cellulaire σ_0 étant maintenue constante. La rupture se produit par cisaillement.



Cellule triaxiale

- Figure 20 -

On trace, dans le plan de Mohr $\{O, \sigma\tau\}$, les cercles de Mohr de rupture pour plusieurs valeurs de σ_0 .

La courbe intrinsèque est la tangente commune aux cercles de rupture.

Orientation des plans de rupture

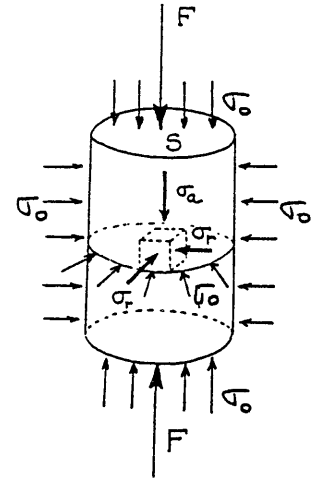
La théorie du cercle de Mohr permet de prévoir l'inclinaison des plans de rupture (fig. 21-b et c).

Ces derniers font avec la contrainte principale majeure (l'axe de l'éprouvette)

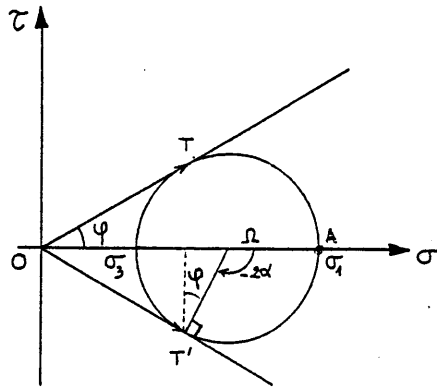
$\vec{\sigma}_1$ un angle $\pm \mu = \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$. Ils correspondent aux deux points de contact T et T'.

En raison de la symétrie de révolution de nombreux plans de rupture peuvent se développer et conduire à une déformation "en tonneau" de l'éprouvette.

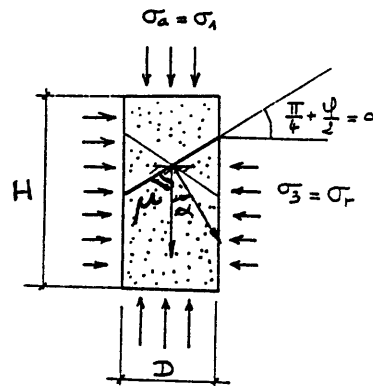
$$\begin{cases} \sigma_a = \sigma_0 + \frac{F}{S} \\ \sigma_r = \sigma_0 \end{cases}$$



a - Etat de contrainte



b - Plan de Mohr



c - Orientation des plans de rupture

- Figure 21 -

Pour que le plan de rupture puisse se développer sans être limité par les extrémités de l'échantillon, il est nécessaire que l'on ait : $\frac{H}{D} > \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$

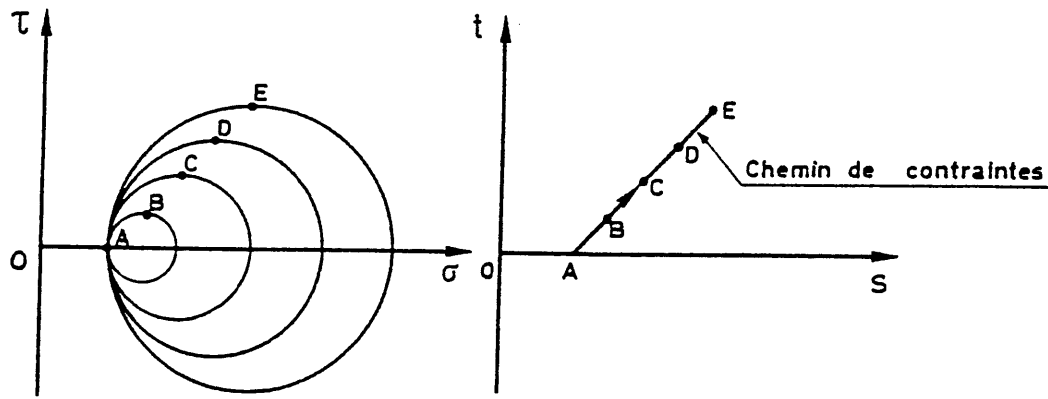
H et D étant respectivement la hauteur et le diamètre de l'échantillon

Le rapport $\frac{H}{D}$ est appelé élancement. Il est en général pris égal à 2, ce qui correspond à un angle φ'_{\max} de 37°.

4 - 2 - 2 - Variables de Lambe - Chemin de contraintes

Dans le plan de Mohr l'état de contrainte est représenté par un cercle. Ce cercle peut être défini par les coordonnées s et t de son sommet ($s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ et $t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$) appelées variables de Lambe.

L'histoire de l'état de contrainte pendant toute la durée de l'essai, jusqu'à la rupture, est représentée dans le plan de Mohr (repère {O, sigma, tau}) par une famille de cercles et dans le plan de Lambe (repère {O, s, t}) par une courbe appelée chemin de contrainte (fig. 22).



Plan de Mohr $\{O, \sigma\tau\}$ et plan de Lambe $\{O, st\}$

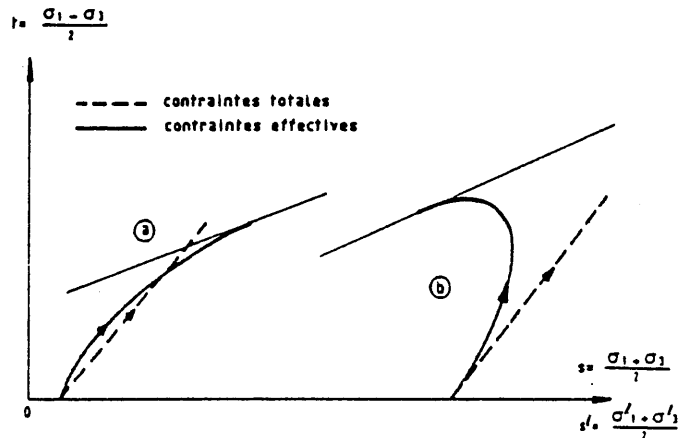
- Figure 22 -

En contraintes totales, le chemin de contrainte d'un essai triaxial est une droite de pente $\frac{\Delta t}{\Delta s} = 1$ ($\Delta s = \frac{\Delta \sigma_1}{2}$ et $\Delta t = \frac{\Delta \sigma_1}{2}$ puisque $\sigma_3 = \sigma_0 = c^{ste}$). Elle fait un angle de 45° avec l'axe \vec{Os} et passe par le point $A(\sigma_3, 0)$.

En contraintes effectives :

$$s' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} = \frac{\sigma_1 - u + \sigma_3 - u}{2} = s - u \quad \text{et} \quad t' = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = \frac{\sigma_1 - u - (\sigma_3 - u)}{2} = t$$

En contraintes effectives, pour un essai non drainé, l'allure du chemin de contraintes est différente suivant l'état du matériau (normalement consolidé ou surconsolidé) (fig. 23).



a - sol surconsolidé b - sol normalement consolidé
Représentation des chemins de contraintes dans un essai non drainé

- Figure 23 -

4 - 3 - CONDITIONS D'ESSAIS - PRINCIPALES CARACTÉRISTIQUES

Suivant les conditions de drainage lors de l'application de la pression cellulaire σ_0 puis du déviateur q trois types d'essais peuvent envisagés :

- l'essai consolidé - drainé, noté C.D.
- l'essai non consolidé - non drainé, noté U.U.
- l'essai consolidé - non drainé, noté C.U.

L'essai U.D. n'est pas envisageable : il conduirait à une consolidation pendant le cisaillement !

4 - 3 - 1 - Essai C.D.

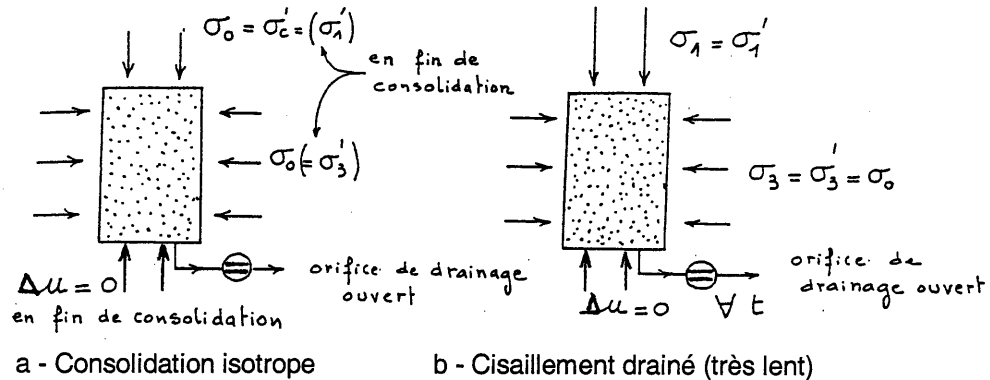
L'essai consolidé drainé permet déterminer la courbe intrinsèque du squelette du sol et les caractéristiques c' et ϕ' ; on étudie alors le comportement du sol à long terme.

L'essai est réalisé en deux temps :

1° On consolide l'échantillon sous une contrainte isotrope $\sigma'_c = \sigma_0$ (fig. 24-a). Pour cela on maintient constante la pression hydrostatique, orifice de drainage ouvert, jusqu'à ce que la surpression interstitielle se soit annihilée ($\Delta u = 0$). Le processus prend une journée environ. Une burette graduée connectée à l'orifice de drainage permet d'apprécier la fin de la consolidation (arrêt du déplacement du ménisque).

2° La contrainte latérale d'intensité $\sigma_0 (= \sigma'_3)$ restant constante et l'orifice de drainage étant laissé ouvert on cisaille (on écrase) l'éprouvette en augmentant très lentement la contrainte axiale σ_1 , de façon à ce qu'à tout instant la surpression interstitielle reste nulle ($\Delta u = 0$) (fig. 24-b). L'essai est poursuivi jusqu'à la rupture.

L'essai drainé est long et n'est valable que s'il est effectué à très faible vitesse (raccourcissement de l'éprouvette de quelques μm par minute au maximum).



Procédure de l'essai C.D.

- Figure 24 -

La courbe intrinsèque obtenue à partir de plusieurs essais est une droite dont les caractéristiques sont les suivantes :

φ' : angle de frottement effectif, angle que fait la droite intrinsèque avec l'axe des contraintes normales ($\overrightarrow{O\sigma}$).

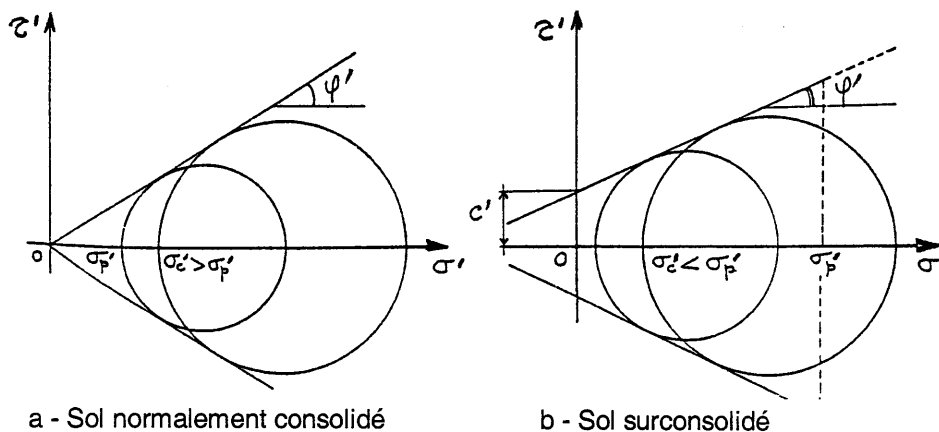
c' : cohésion effective ou cohésion drainée, ordonnée à l'origine de la droite intrinsèque.

La droite intrinsèque a pour équation, dans le cas d'un sol fin saturé :

$$\tau = c' + \sigma' \cdot \tan \varphi'$$

Les sols normalement consolidés ne présentent pas de cohésion effective (fig. 25-a).

Dans les sols surconsolidés, la cohésion effective est due à une adhésion entre les grains provoquée par la préconsolidation (fig. 25-b).



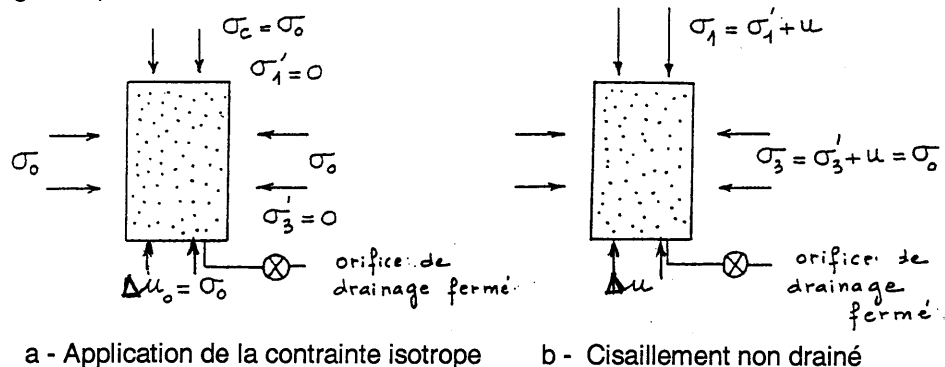
Courbes intrinsèques

- Figure 25 -

4 - 3 - 2 - Essai U.U.

L'essai non consolidé - non drainé correspond au comportement à court terme du sol en place.

L'échantillon est soumis, orifice de drainage fermé, à l'état de contrainte isotrope σ_0 (fig. 26-a). Puis, toujours avec l'orifice de drainage fermé, on procède au cisaillement en augmentant jusqu'à la rupture la contrainte axiale σ_1 (la contrainte latérale σ_3 étant maintenue constante) (fig. 26-b).



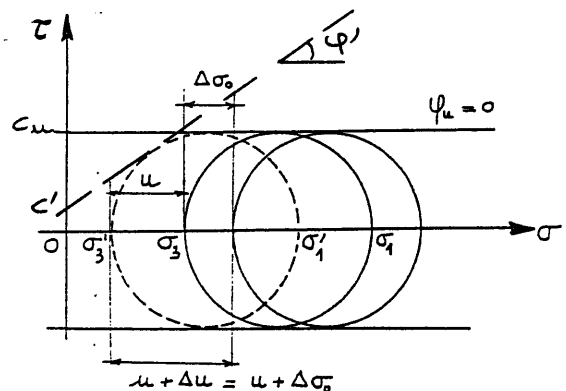
Procédure de l'essai U.U.

- Figure 26 -

La résistance au cisaillement du sol ainsi déterminée est indépendante de la valeur de la contrainte isotrope initiale. Le diamètre des cercles de Mohr reste constant quelle que soit la valeur de σ_0 .

L'enveloppe des cercles de Mohr est une droite parallèle à l'axe $\vec{O}\sigma$ dont l'ordonnée à l'origine, appelée cohésion non drainée, est notée c_u (ϕ_u est égal à 0) (fig. 27).

$$c_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2}$$

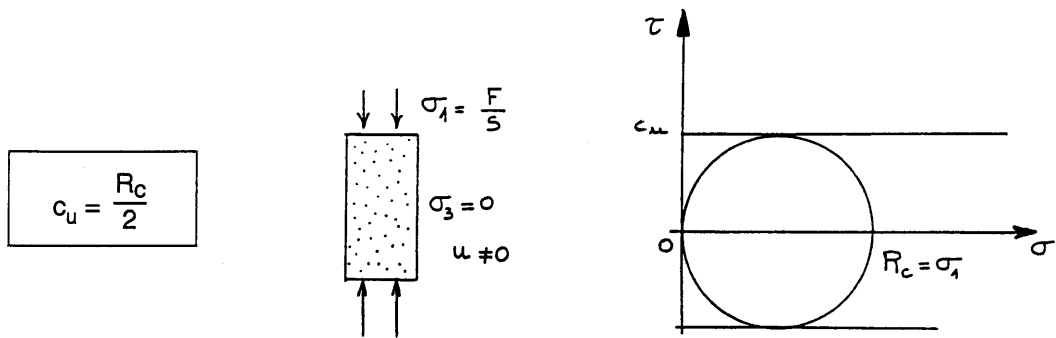


- Figure 27 -

Si on mesure la pression interstitielle pendant l'essai on peut déterminer les contraintes effectives au moment de la rupture et tracer le cercle de Mohr correspondant. Il est tangent à la courbe intrinsèque de paramètres c' et ϕ' . A tous les cercles en contraintes totales obtenus avec différentes valeurs de σ_0 (c'est à dire de σ_3) ne correspond qu'un seul cercle en contraintes effectives, u augmentant de la même quantité Δu que σ_3 . Ceci montre bien que dans ce cas la résistance au cisaillement ne dépend pas de σ_3 .

Cas particulier : Essai de compression simple (fig. 28)

La contrainte axiale de rupture, notée R_c , est appelée résistance à la compression simple. La cohésion non drainée des argiles saturées s'en déduit immédiatement, ϕ_u étant nul.



Essai de compression simple

- Figure 28 -

Remarque :

En fait R_c est généralement légèrement supérieur à $2 c_u$, car le sol en contact avec l'air n'est jamais complètement saturé et l'enveloppe des cercles de Mohr de rupture n'est pas parallèle à $\overrightarrow{O\sigma}$.

4 - 3 - 3 - Essai C.U.

L'essai consolidé - non drainé a deux objectifs :

- Déterminer les caractéristiques de la résistance au cisaillement à long terme (c' et φ') en mesurant la pression interstitielle au moment de la rupture.
- Déterminer la variation de la cohésion non drainée c_u en fonction de la contrainte de consolidation σ'_c .

Les caractéristiques de la résistance au cisaillement à long terme, c' et φ' , sont obtenues en traçant les cercles de Mohr de rupture en contraintes effectives (la pression interstitielle au moment de la rupture est connue). $\sigma'_1 = \sigma_1 - u$

$$\sigma'_3 = \sigma_3 - u$$

L'essai C.U. présente l'avantage d'être plus rapide donc plus économique que l'essai C.D.

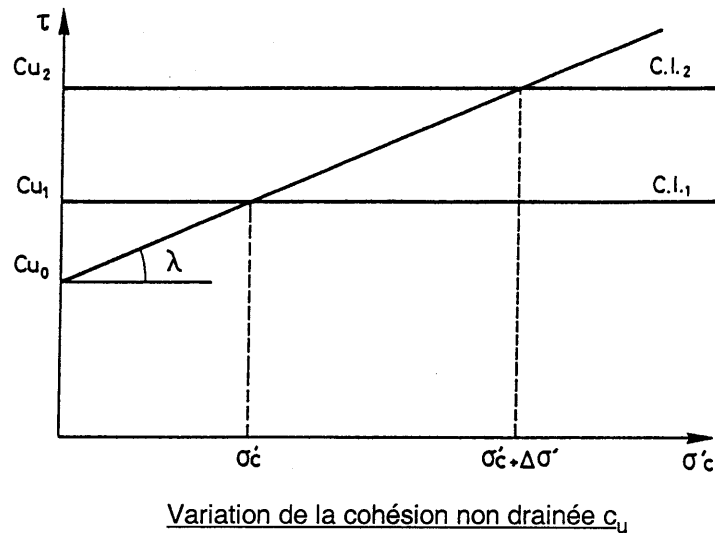
L'essai est réalisé en deux temps :

1° On consolide l'échantillon sous une contrainte isotrope $\sigma'_c = \sigma_0$, comme dans l'essai C.D.

2° L'orifice de drainage étant fermé et la contrainte latérale σ_3 étant maintenue constante, on cisaille l'échantillon en augmentant, jusqu'à la rupture, la contrainte axiale σ_1 .

Variation de la cohésion non drainée c_u

Le rayon du cercle de Mohr à la rupture d'un premier essai, en contraintes totales, donne la cohésion non drainée c_{u1} correspondant à la valeur σ'_c . Si on recommence un autre essai avec une autre valeur de σ'_c , supérieure à la précédente, on obtiendra une valeur de la cohésion $c_{u2} > c_{u1}$. Les points de coordonnées σ'_c et c_u sont alignés sur une droite de pente λ et d'ordonnée à l'origine c_{u0} (fig. 29). Cette droite qui n'est pas la courbe intrinsèque traduit le comportement du mélange solide-liquide. Elle montre que la variation de c_u est linéaire en fonction de σ'_c .



- Figure 29 -

La variation de c_u est de la forme :

$$c_u = c_{u0} + \sigma'_c \cdot \tan \lambda$$

Le coefficient d'accroissement de la cohésion non drainée, noté $\tan \lambda$, permet de calculer l'accroissement Δc_u de la cohésion non drainée correspondant à une augmentation $\Delta \sigma'_c$ de la pression de consolidation.

$$\tan \lambda = \frac{\Delta c_u}{\Delta \sigma'_c}$$

On se servira du paramètre $\tan \lambda$ par exemple dans le cas d'un remblai fondé sur une couche d'argile molle et monté par étapes. Il permet de calculer l'accroissement de cohésion Δc_u après une étape donnée de la construction et d'en déduire la charge qui peut être appliquée à l'étape suivante.

5 - REMARQUES QUALITATIVES

5 - 1 - NOTION DE COURT TERME ET DE LONG TERME

On schématise les états mécaniques en deux situations :

- le court terme : c'est la phase initiale, de chantier, pendant laquelle le sol est soumis à des sollicitations sans drainage, c'est à dire à volume constant (en admettant que le sol est saturé).

Court terme \Leftrightarrow régime non drainé.

- le long terme : phase finale après établissement du régime hydraulique final.

Long terme \Leftrightarrow régime hydraulique final.

Le temps nécessaire pour passer du court terme au long terme dépend essentiellement de la perméabilité du milieu;

- Cas des sols grenus : la perméabilité est telle que toute surpression interstitielle locale se dissipe instantanément vis-à-vis des cadences de chantier. On est ainsi immédiatement dans les conditions de long terme. Les calculs des contraintes sont faits en contraintes effectives à l'aide des paramètres c' et ϕ' .

- Cas des sols fins : le temps de passage du court terme au long terme peut durer plusieurs mois, voire plusieurs années; on est alors amené à considérer deux régimes :

- à court terme, régime non drainé, les calculs des contraintes sont faits en contraintes totales -les seules que l'on puisse appréhender- à l'aide de c_u et de

ϕ_u ; on utilise la résistance au cisaillement non drainée c_u , déterminée au moyen d'essais simulant ces conditions de chargement;
- à long terme, les calculs sont faits en contraintes effectives, on utilise les paramètres c' et ϕ' , de façon analogue au cas des sols grenus.

Les calculs de stabilité des ouvrages sont faits pour ces deux situations en contraintes totales. Les sollicitations (efforts exercés par l'extérieur) sont inchangées c'est la manière dont le sol résiste au cisaillement qui est différente. Pour l'étude à court terme il faut donc ajouter la valeur de la pression interstitielle aux contraintes effectives obtenues par le calcul.

5 - 2 - LES PARAMÈTRES INTRINSÈQUES c' ET ϕ'

Ils affectent les contraintes effectives.

L'annexe donne des ordres de grandeur de c' et ϕ' pour différents types de sols.

5 - 2 - 1 - LA COHÉSION c'

Elle exprime la résistance au cisaillement du sol sous contrainte normale nulle. C'est la résistance propre de la structure due essentiellement aux liaisons de type physico-chimique. Elle n'existe pas dans les sols grenus qui ne possèdent pas de telles liaisons. Elle est relativement élevée pour les sols fins fortement surconsolidés. Elle disparaît dès que ces liaisons sont cassées par le cisaillement, ce qui correspond approximativement au maximum de la courbe de rupture. Comme elle entre pour une part non négligeable dans la valeur des coefficients de sécurité calculés, il faut faire attention aux valeurs que l'on adopte dans les calculs.

5 - 2 - 2 - L'ANGLE DE FROTTEMENT ϕ'

Il traduit le frottement dans le glissement grain sur grain.

Pour un sol grenu, sa valeur dépend sensiblement de l'état de compacité du matériau en place. Comme cet état est difficilement mesurable, donc difficilement reproductible en laboratoire, il faut là encore faire attention à la valeur des résultats d'essais.

Dans le cas des sols fins, on a pu mettre en évidence l'influence de la nature minéralogique des composants argileux sur la valeur de ϕ' . On note ainsi que la présence de montmorillonite, qui donne naissance à des valeurs élevées de la plasticité, est néfaste à la résistance au cisaillement. Ce matériau ayant, de plus, la faculté de gonfler en présence d'eau, est source de nombreux ennuis.

5 - 3 - LA RÉSISTANCE AU CISAILLEMENT NON DRAINÉE c_u

La cohésion non drainée c_u n'est pas une caractéristique intrinsèque du sol mais un paramètre de comportement en régime non drainé. Elle traduit la résistance au cisaillement de l'ensemble (grains + eau) en régime non drainé. Elle dépend de l'état de consolidation du matériau. De nombreux facteurs interviennent dans la définition de cet état.

L'annexe 1 donne des ordres de grandeur de c_u pour différents types de sols.

ANNEXE

ORDRES DE GRANDEUR DE LA COHÉSION ET DE L'ANGLE DE FROTTEMENT INTERNE

- Enrochements, graviers, sables et limons non plastiques

Cohésion : $c' = 0$

Angle de frottement interne :

Enrochements : $\varphi' = 40 - 45^\circ$

Gravier sableux, sable ou gravier à granulométrie étalée : $\varphi' = 30 - 35^\circ$ voire 40°

Sable à granulométrie uniforme, limon non plastique : $\varphi' = 20 - 30^\circ$

Influence des caractéristiques physique sur l'angle de frottement interne d'un matériau pulvérulent

$\varphi' = 36^\circ + \varphi'_1 + \varphi'_2 + \varphi'_3 + \varphi'_4$			
Compacité	φ'_1	-6° 0° +6°	lâche : $I_D = 0,4$ moyen : $I_D = 0,6$ serré : $I_D = 0,9$
Forme et rugosité des grains	φ'_2	+1° 0° -3° -5°	aigu moyen arrondi sphérique
Grosseur des grains	φ'_3	0° +1° +2°	sable fin $0,06 \text{ mm} < D_{10} < 0,2 \text{ mm}$ gravier $0,6 \text{ mm} < D_{10} < 2 \text{ mm}$ gros gravier $D_{10} > 2 \text{ mm}$
Répartition granulaire	φ'_4	-3° 0° +3°	uniforme $c_u \leq 2$ moyenne $2 < c_u < 5$ étalée $c_u \leq 5$

- Argile saturée

Le drainage s'effectue lentement.

Cohésion : c_u = quelques dizaines à quelques centaines de kPa

c' : négligeable

Angle de frottement interne : $\varphi_u = 0$

φ' : $10 - 20^\circ$, quelquefois plus

- Argile humide non saturée

Les propriétés mécaniques avant et après drainage sont du même ordre.

Cohésion : c_u et c' : de quelques dizaines et quelques centaines de kPa

Angle de frottement interne : φ_u et φ' : de quelques degrés à une vingtaine, quelquefois plus

- Argile sèche ($S_r < 0,7$)

Il ne se produit pas de drainage et il n'y a aucune différence entre les propriétés du sol mesurées dans un essai drainé ou non drainé

Cohésion : $c_u = c'$: quelques centaines de kPa (susceptible de beaucoup diminuer en cas d'humidification)

Angle de frottement interne : $\varphi_u = \varphi'$: supérieur à 10°

Avril 2006

BIBLIOGRAPHIE DE RÉFÉRENCE - BIB'INSA

OUVRAGES GÉNÉRAUX

FONDATIONS ET OUVRAGES EN TERRE

G. Philipponnat & B. Hubert

Editeur Eyrolles - 1997

6 ex

624.1 PHI

ÉLÉMENTS DE MÉCANIQUE DES SOLS

F. Schlosser

Editeur Presses de l'ENPC - 1992/97

5 ex

624.1 SCH

MÉCANIQUE DES SOLS

D. Cordary

Editeur Tec et Doc - Lavoisier - 1995

3 ex

624.1 COR

INTRODUCTION À LA GÉOTECHNIQUE

R.D. Holtz, W.D. Kovacs

Editeur Ecole Polytechnique de Montréal - 1991

3 ex

624.1 HOL

SOIL MECHANICS

R.F. Craig

Editeur Chapman & Hall - 1996

6 ex

624.1 CRA

GEOTECHNICAL ENGINEERING

R. Lancellotta

Editeur Balkema - 1995

6 ex

624.1 LAN

GÉOTECHNIQUE – Recueil de normes

tome 1 : Essais en laboratoire

tome 2 : Essais sur site

tome 3 : Justification des ouvrages. Exécution des travaux.

Editeur AFNOR - 1999

1 ex

624.15 GEO

SOIL MECHANICS IN ENGINEERING PRACTICE

K. Terzaghi, R.B. Peck & G. Mesri

Editeur John Wiley & sons - 1996

1 ex

624.1 TER

OUVRAGES SPÉCIALISÉS

ELASTICITY AND GEOMECHANICS

R.O. Davis & A.P.S. Selvadurai

Editeur Cambridge University Press - 1996

1 ex

624.1 DAV

MOHR CIRCLES, STRESS PATHS AND GEOTECHNICS

R. H. G. Parry

Editeur Spon - 1997

1 ex

624.1 PAR

AIDE-MÉMOIRE D'HYDRAULIQUE SOUTERRAINE

M. CASSAN

Editeur Presses de l'ENPC - 1993

1 ex

627 CAS

HYDRAULIQUE SOUTERRAINE

F. Schneebeli

Editeur Eyrolles - 1987

3 ex

624.1 SCH

Avril 2006